Übungen zu Numerische Methoden der Physik
SS 2012

Bernard Metsch, Andreas Nogga

Übungsblatt 1 Hausaufgabenabgabe: 16.04.2012 – 19.04.2012

A.1: Erste Schritte mit `C`

1. Erzeugen einer Tabelle

   (a) Erstellen Sie ein C-Programm, dass eine Tabelle von $\sin(x)$ abhängig von $x \in [a, b]$ ausgibt. Lesen Sie Start- und Endwert, a, bzw. b und die Anzahl der x Werte ein. Verteilen Sie die x-Werte mit konstanter Schrittweite zwischen Start- und Endwert.

   (b) Compilieren Sie das Programm und beseitigen Sie evtl. Fehler.

   (c) Führen Sie das Programm aus. Dabei soll die Tabelle zunächst auf dem Bildschirm ausgegeben werden. Erstellen Sie danach eine Eingabedatei mit den Intervallgrenzen und der Anzahl der Punkte. Durch Umleitung der Ein-/Ausgabe können Sie erreichen, dass bei der Ausführung die Eingabe aus dieser Eingabedatei erfolgt und die Ausgabe in eine Ausgabedatei. Führen Sie das Programm mit umgeleiteter Ein- und Ausgabe aus.

   (d) Stellen Sie das Ergebnis mit einem Werkzeug Ihrer Wahl grafisch dar (z.B. `gnuplot`).

2. Verallgemeinern Sie das Programm, so dass eine beliebige von Ihnen definierte Funktion

   ```
   double f(double x)
   ```

   ausgegeben wird und testen Sie Ihr Programm wie unter 1. am Beispiel von

   $$f(x) = \frac{x \, \log x}{\sqrt{x^5 + \arctan x} + 5}$$

   im Bereich $x > 0$ und $x \leq 1$.

H.1: Maschinengenauigkeit / numerische Ableitung

1. In der Vorlesung wurde die Maschinengenauigkeit der Datentypen `float` und `double` diskutiert. Schreiben Sie ein Programm, dass die Größenordnung dieser Genauigkeit bestimmt. Verwenden Sie dabei `while` oder `do - while` Schleifen. Welche Genauigkeit erhalten Sie?
   Hinweis:

   > *Verwenden Sie, dass $1 + \epsilon = 1$ falls ϵ kleiner als die Maschinengenauigkeit ist. Es kann nötig sein, dass Sie $1 + \epsilon$ speichern müssen, um den Compiler zu zwingen den Ausdruck in* `double/float` *umzuwandeln. Sie können zusätzlich auch ϵ' bestimmen, wofür $1 - \epsilon' = 1$ wird.*

2. Durch TAYLOR-Entwicklung zeigt man, dass die Ableitung einer Funktion für kleine h durch

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \mathcal{O}(h) && \text{(a)} \\
\text{oder } f'(x) &= \frac{f(x) - f(x-h)}{h} + \mathcal{O}(h) && \text{(b)} \\
\text{oder } f'(x) &= \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + \mathcal{O}(h^2) && \text{(c)}
\end{aligned}
$$

   angenähert werden kann. Erstellen Sie ein Programm, dass $f'(x)$ mit den Methoden (a), (b) und (c) für beliebige Funktionen

```
double f(double x)
```

   bestimmt und stellen Sie den Betrag der Abweichung vom exaktem Ergebnis abhängig von $h \in [10^{-15}, 10^{-1}]$ doppellogarithmischen für das Beispiel

$$f(x) = \cos(x) \text{ bei } x = 1$$

   graphisch dar. Erhalten Sie das erwartete Verhalten? Wann brechen die Näherungen für kleine h zusammen? Wiederholen Sie die Analyse für den Datentyp `float`.