Übungen zur Theoretischen Physik I, SS 2012

B. Kubis, C. Urbach, K. Ottnad, S. Schneider

Übungsblatt 7

H.14: Eichinvarianz und Eindeutigkeit (4P.)

In der Übung zum Noethertheorem kam (zurecht!) die Frage nach der Eindeutigkeit des eichinvarianten Terms auf. In dieser Übung wollen wir nun zeigen: Wenn sich zwei Lagrangefunktionen um eine Funktion $G(q, \dot{q}, t)$ unterscheiden, also $L(q, \dot{q}, t) - L'(q, \dot{q}, t) = G(q, \dot{q}, t)$, so kann die Funktion $G(q, \dot{q}, t)$ als totale zeitliche Ableitung geschrieben werden.

(a) Begründen Sie, dass $G(q, \dot{q}, t)$ höchstens linear in $\dot{q}$ sein kann. Wir können also o.B.d.A. $G(q, \dot{q}, t) = A(q, t)\,\dot{q} + B(q, t)$ annehmen. **(2 p.)**

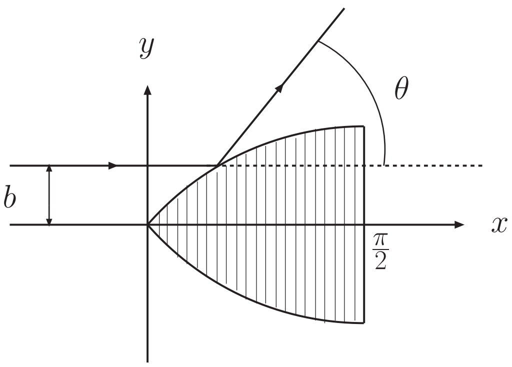
(b) Zeigen Sie, dass dann

$$\frac{\partial B(q,t)}{\partial q} = \frac{\partial A(q,t)}{\partial t}$$

gelten muss und sich $G(q, \dot{q}, t)$ folglich als zeitliche Ableitung schreiben lässt. **(2 p.)**

H.15 Ein Streuproblem (7P.)

Gegeben sei ein rotationssymmetrischer Körper mit der Oberfläche $y(x) = \sin x$, $x \leq \frac{\pi}{2}$, an dem ein Teilchen mit Stoßparameter b um einen Winkel θ gestreut wird (siehe Skizze).



(a) Berechnen Sie den Zusammenhang zwischen b und θ. **(2 p.)**
<u>*Hinweis:*</u>

Das Teilchen wird an der Oberfläche reflektiert wie an der Tangente (Tangentialebene) in dem entsprechenden Punkt – was ist deren Steigung?

(b) Zeigen Sie, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt gegeben ist als **(2 p.)**

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\cos^4\frac{\theta}{2}} \ .$$

(c) In welchen Winkelbereich wird das Teilchen gestreut? Skizzieren Sie $d\sigma/d\Omega$ als Funktion des Streuwinkels θ. **(2 p.)**

(d) Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt. **(1 p.)**

H.16: Trägheitsmomente (9P.)

Bestimmen Sie bzgl. des Schwerpunkts des starren Körpers die Hauptträgheitsmomente

(a) eines Moleküls aus zwei Atomen mit den Massen m_1 und m_2, die konstanten Abstand l voneinander haben; **(2 p.)**

(b) eines (homogenen massiven) Kreiskegels mit der Höhe h, dem Radius R seiner Grundfläche und Masse M (geschickte Koordinaten wählen!); **(2 p.)**

Hinweis:

Für die Bestimmung des Trägheitsmoments bei Drehungen senkrecht zur Symmetrieachse hilft der Satz von Steiner.

(c) eines (homogenen massiven) Ellipsoids mit der Gleichung; **(2 p.)**

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \ .$$

Hinweis:

Führen Sie eine Reskalierung der Achsen durch, so dass Gl. (1) *in die Gleichung der Einheitskugel übergeht.*

(d) eines (homogenen massiven) Kreiskegelstumpfes mit der Höhe h, Deckflächenradius r_1 und Grundflächenradius r_2. Untersuchen Sie die Grenzfälle Kegel/Zylinder. **(3 p.)**