

Simulationsrechnung zur elastischen Streuung polarisierter Protonen

von

Eric Weise

Diplomarbeit im Fach Physik
angefertigt am
Institut für Strahlen- und Kernphysik
der
Universität Bonn

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität

Bonn im September 1997

Referent: Prof. Dr. F. Hinterberger
Korreferent: Prof. Dr. J. Bisplinghoff

Zusammenfassung

Das EDDA-Experiment befaßt sich mit der systematischen Untersuchung der elastischen Streuung polarisierter Protonen im Energiebereich von 0,5 GeV bis 2,5 GeV. Es ist an einem internen Strahlplatz am Teilchenbeschleuniger COSY aufgebaut und zeichnet sich durch eine hohe Energie- und Winkelauflösung aus.

Die Simulation des Experiments ermöglicht es, die Nachweiswahrscheinlichkeit für elastische Streueignisse zu untersuchen und ihren Einfluß auf die Winkelverteilungen und Anregungsfunktionen zu bestimmen. Anhand umfangreicher Simulationsrechnungen wurden die Außenschalen- und Gesamteffizienz des Detektors als Funktion des Strahlimpulses und des Streuwinkels parametrisiert. Auf dieser Grundlage können die Abhängigkeiten der Effizienz von der Detektorgeometrie und den physikalischen Prozessen im Detektormaterial bestimmt werden.

Ein wesentlich weiterführender Schritt für das EDDA-Experiment ist die Entwicklung eines Algorithmus zur Simulation elastischer Streuung polarisierter Protonen. Mit diesem Verfahren ist ein neues Instrument geschaffen, mit dem die Meßverfahren zur experimentellen Bestimmung der Polarisationsobservablen geprüft und verifiziert werden können.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
1.1	Motivation: Warum pp-Streuung ?	7
1.2	Aufbau des EDDA-Detektors	8
1.3	Zielsetzung der Simulation	9
1.3.1	Das Monte-Carlo Verfahren	9
1.3.2	Die Simulation des EDDA-Experimentes	10
2	Effizienz	13
2.1	Einleitung	13
2.1.1	Motivation der Effizienzanalyse	13
2.1.2	Definition	14
2.1.3	Methode zur Bestimmung	15
2.2	Außenschaleneffizienz	18
2.2.1	Beschreibung der Daten	18
2.2.2	Parametrisierung	23
2.3	Gesamteffizienz (Innen- und Außenschale)	28
2.3.1	Daten und Parametrisierung	28
2.4	Diskussion der Effizienz	31
3	Polarisation	35
3.1	Spin-Physik	35
3.1.1	Formalismus	35
3.1.2	Koordinatensysteme	38
3.1.3	Symmetrien	39
3.2	Messung von Polarisationsobservablen	40
3.3	Simulation	42
3.3.1	Prinzip des Eventgenerators „PolGen grqq	42
3.3.2	Ergebnisse	44

A Die Simulation des EDDA-Detektors	49
A.1 Prinzipieller Aufbau	49
A.2 Parameter der Simulation	50
A.2.1 Die geometrische Konfiguration	50
A.2.2 Strahlzeitspezifische Einstellungen	52
A.3 Der Trigger	52
A.4 Eventgeneratoren	53
B Fehlerrechnung	55
B.1 Fehler einer Wahrscheinlichkeit	55
B.2 χ^2 - Anpassungsverfahren	56

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation: Warum pp-Streuung ?

Die elastische Proton-Proton Streuung ist eine der grundlegenden Reaktionen zum Studium der starken Wechselwirkung. Sie liefert grundlegende Erkenntnisse in weiten Bereichen der Kern- und Schwerionenphysik und ist daher konsequenterweise Gegenstand vieler theoretischer und experimenteller Studien. Der Weltdatensatz der Proton-Proton-Streuung [Sai 97] ist jedoch sehr unvollständig und zeigt zudem Inkonsistenzen bei der Normierung der Winkelverteilungen bei höheren Energien. Mit einer Ausnahme stammen alle Daten aus Winkelverteilungen bei diskreten Energien. Zu höheren Energien hin ($T > 1.2 \text{ GeV}$) zeigen die Datensätze große Lücken und Inkonsistenzen. Bestimmte Polarisationsobservable sind überhaupt nicht gemessen worden [Arn 94].

Das Experiment EDDA („Excitation Function Data Aquisition Designed for Analysis of Phase Shifts“) ist entwickelt worden, um hochpräzise Anregungsfunktionen des differentiellen Wirkungsquerschnittes und mehrerer Polarisationsobservablen bei Laborenergien von 0.5 bis 2.5 GeV zu messen. Die Messung von Analysierstärken und Spin-Korrelationsparametern mit Hilfe eines polarisierten Strahls und eines polarisierten Atomstrahltargets liefert unmittelbar Informationen über die Größe der Anteile von Zentral-, Spin-Bahn-, Spin-Spin- und Spin-Tensor-Komponenten der starken Wechselwirkung [Hin 97]. Der Energiebereich ermöglicht eine genaue Untersuchung der mittel- bis kurzreichweitigen Komponenten der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung. Von besonderem Interesse im Rahmen des Mesonaustauschmodells ist die Stärke des ω -Mesonaustauschs [Mac 87].

Präzise gemessene Anregungsfunktionen erlauben eine detaillierte Analyse der Streuphasen. Sie erlauben außerdem, der Frage nach der Existenz von Dibaryonen nachzugehen, die im Rahmen des Quark-Bag-Modells vorhergesagt werden [Fra 86]. Im Bereich von 2 GeV wurde z.B. in der Polarisationsobservable A_{00nn} eine Anomalie beobachtet [Bal 94]. Eine resonanzähnliche Struktur im Wirkungsquerschnitt wurde bisher nicht festgestellt.[Arn 97]

1.2 Aufbau des EDDA-Detektors

Der EDDA-Detektor wurde entwickelt und gebaut von Arbeitsgruppen der Universitäten Bonn und Hamburg. Er besteht aus zwei zylindrischen Doppellagen und deckt den Winkelbereich von 30° bis 150° des elastischen Proton-Proton Kanals im C.M.-System ab. Dies entspricht ca. 85% des kompletten Raumwinkels. Die Innenschale setzt sich zusammen aus szintillierenden Fasern, die helixartig gewunden in entgegengesetzten Richtungen das Strahlrohr umgeben. Die Außenschale besteht aus 32 Szintillator-Stäben parallel zur Strahlachse (B), und 2×27 szintillierenden Halbringen (R).

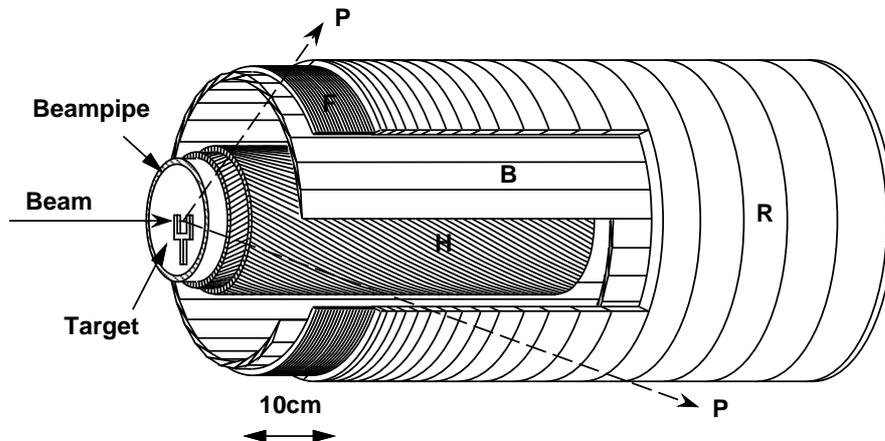


Abbildung 1.1: Schematischer Aufbau des EDDA-Detektors. Konfiguration mit CH₂-Fadentarget für unpolarisierte Messungen. Das Strahlrohr (Beampipe) besteht aus 2 mm starkem Aluminium. H ist die innere Lage, B sind die Szintillator-Stäbe und R die Szintillator-Halbringe (Trennung oben und unten angedeutet)

Zur Verbesserung der Auflösung wurden die Geometrie der Szintillatoren und ihre Anordnung so entworfen, daß jedes die Außenschale durchquerende Teilchen ein Signal in zwei benachbarten Stäben und Ringen erzeugt. Durch

Analyse des auf beiden Seiten der Szintillatoren gemessenen Lichtes kann dann der Winkel, unter dem das Teilchen die Schale durchflogen hat, mit einer Winkelauflösung bestimmt werden, die bis zu einem Faktor 5 höher als die durch die Granularität gegebene Auflösung ist. Mit der räumlichen Auflösung der szintillierenden Fasern der Innenschale kann der Vertex eines Streueignisses mit einer Genauigkeit von wenigen Millimetern bestimmt werden [Tho 96].

Der Aufbau und die Inbetriebnahme des Detektors an einem internen Strahlplatz des Beschleunigers COSY („COoler SYnchrotron“) im Forschungszentrum Jülich erfolgte in mehreren Phasen:

In einer ersten Phase wurden unpolarisierte differentielle Wirkungsquerschnitte alleine mit der Außenschale unter Verwendung eines $4 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$ CH₂ Fadentargets und eines $5 \mu\text{m}$ C Fadentargets für den Untergrundabzug gemessen.

Im Juni 1996 wurde dann in einem weiteren Schritt mit dem Einbau der Innenschale die Voraussetzung für eine präzise Vertexrekonstruktion geschaffen. Der Vertexschnitt ist für Messungen mit einem polarisierten Atomstrahl notwendig.

Die Polarisations-Observablen werden in der zweiten Phase mit Hilfe eines polarisierten Protonen-Strahls und eines polarisierten Atomstrahl-targets gemessen.

Bisher wurden insgesamt 40 Millionen elastische Streueignisse aufgezeichnet. Als Beispiel seien hier zwei Anregungsfunktionen gezeigt (Abb. 1.2), die mit der neusten Streuphasenanalyse von R.A.Arndt et.al. [Arn 97] verglichen werden.

1.3 Zielsetzung der Simulation

1.3.1 Das Monte-Carlo Verfahren

Die Monte-Carlo Methode ist eine Simulations-Methode zur Lösung von Problemen unter Verwendung von Zufallsstichproben. Sie eignet sich zur Untersuchung von Systemen, bei denen zwar einzelne Komponenten einfach beschrieben werden können, explizit das Verhalten des Gesamtsystems aber nicht berechnet werden kann. Das Verhalten solcher Systeme kann simuliert werden, indem wiederholt mit neuen Startwerten unter Verwendung der Beschreibung der Einzelkomponenten neue Zwischen- und Endzustände erzeugt werden. Solche Startwerte können zufällig oder auch systematisch sein [Sch 81].

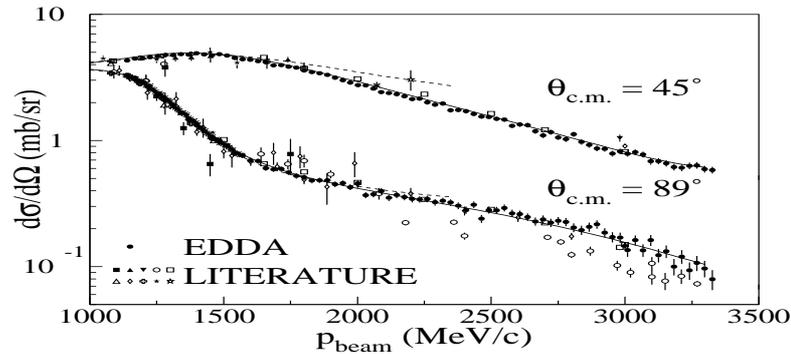


Abbildung 1.2: Anregungsfunktionen der elastischen Proton-Proton-Streuung bei zwei Winkeln. Die durchgezogenen Linien stammen aus der aktuellen Streuphasenanalyse der EDDA-Daten von R.A.Arndt et al. [Arn 97]

1.3.2 Die Simulation des EDDA-Experimentes

Die Simulation des EDDA-Detektors hat eine ganze Reihe von Zielen. Sie lassen sich drei übergeordneten Feldern zuordnen [Ack 93]:

1. Konfigurierung und Optimierung der Detektorhardware
2. Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten und Akzeptanzen
3. Konfigurierung, Optimierung und Test der Analyse-Software

Der erste Punkt ist größtenteils abgeschlossen. Allerdings werden Simulationen mit dieser Zielsetzung weiterhin notwendig sein mit Blick auf mögliche Defekte und Störungen in der Elektronik der Datenerfassung. Mit Aspekten der Felder 2 und 3 beschäftigt sich diese Arbeit.

Das 2. Kapitel erläutert die Methode zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors und diskutiert die Ergebnisse der dazu durchgeführten Simulationen. Im 3. Kapitel werden die Grundlagen der Polarisationsphysik, soweit sie für EDDA relevant sind, erläutert. Es wird ein Algorithmus vorgestellt, der die Simulation elastischer Streuung polarisierter Protonen ermöglicht. Die damit durchgeführten Simulationen dienen dazu,

die sehr komplexen Verfahren zur Bestimmung der Polarisationsobservablen zu testen und Fehler in der dazu entwickelten Software zu finden.

Kapitel 2

Effizienz

2.1 Einleitung

2.1.1 Motivation der Effizienzanalyse

Die Effizienz oder Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors gibt an, welcher Anteil der erzeugten elastischen Proton-Proton-Stöße, im folgenden Ereignisse genannt, im Detektor tatsächlich nachgewiesen werden. Effizienzbestimmung kann nur anhand von simulierten Daten durchgeführt werden, da die primäre Größe zur Bestimmung der Effizienz, nämlich die Gesamtzahl der elastischen Proton-Proton-Streuereignisse praktisch nicht gemessen werden kann. Zudem kann man durch Untersuchung der nicht gemessenen Ereignisse Hinweise auf Schwachstellen in der Datenerfassung und -auswertung erhalten.

Die Effizienz ist eine wichtige Größe bei der Auswertung des Experiments, da sie unmittelbaren Einfluß auf die Genauigkeit bzw. den Wert des absoluten Wirkungsquerschnitts hat. Falls die Effizienz mit dem Polarwinkel θ oder dem Azimutwinkel ϕ variiert, verfälscht sie den gemessenen Verlauf der Winkelverteilungen. Eine Variation mit der kinetischen Energie T ändert wiederum die Form der Anregungsfunktionen.

Abhängigkeiten von θ , ϕ und T resultieren aus

- physikalischen Prozessen :
Im Detektor erfolgen erstens Sekundärreaktionen, d.h. Reaktionen der zu detektierenden Protonen mit dem Detektormaterial, wobei weitere Teilchen erzeugt oder die ursprünglichen vernichtet werden können. Zweitens tritt Klein-Winkel-Streuung auf, auch Winkelstraggeling ge-

nannt, das durch Stöße der Protonen mit den Atomen des Detektormaterials verursacht wird, bei denen der Impulsübertrag zu gering ist, um Sekundärreaktionen auszulösen, aber ausreicht merkliche Änderungen der Flugrichtung zu bewirken.

- Detektoreigenschaften :
Dabei geht es z.B. um den Einfluß des Materials aller nicht aktiven Elemente (Strahlrohr, Trägerrohre, usw.) und konstruktionsbedingte Schwachstellen wie z.B. die Ankopplung der Photomultiplier zur Auslese der Halbringe.
- Einfluß der Elektronik :
Also Schwelleneffekte, Verstärkerrauschen und Nichtlinearitäten der Photomultiplier.

Zum größten Teil können die Einflüsse dieser Effekte mit Hilfe der Simulation bestimmt werden. [Gro 96]

2.1.2 Definition

Die Effizienz des Detektors η ist die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ereignis nachgewiesen wird. Sie läßt sich ganz allgemein definieren als das Verhältnis von nachgewiesenen zu stattgefundenen Ereignissen und ist eine Funktion des Polarwinkel θ und Azimutwinkel ϕ eines Teilchen sowie des Strahlimpulses p_{Beam} (bzw. der kinetischen Energie T). Der Detektor hat in ϕ eine fast - mit Ausnahme der Auslese der Halbringe - ideale Symmetrie und somit wird der Verlauf der Effizienz nur gering beeinflusst. Die Abhängigkeit der Effizienz vom Azimutwinkel kann daher separat untersucht werden.

Eine diesen Bedingungen entsprechende Definition der Effizienz ist:

$$\eta(\cos \theta_{\text{cm}})|_{p_{\text{Beam}}} = \frac{\text{nachgewiesene Ereignisse im Intervall } \Delta \cos \theta_{\text{cm}}}{\text{erzeugte Ereignisse im Intervall } \Delta \cos \theta_{\text{cm}}} \quad (2.1)$$

Zur Identifikation von Ereignissen werden zwei Besonderheiten der elastischen Streuung ausgenutzt [Lah 92] :

1. Koplanarität:

Die Trajektorien der beiden Protonen der elastischen Streuung liegen in einer Ebene mit dem Strahl, d.h. für den Betrag der Azimutwinkeldifferenz beider Teilchen gilt:

$$|\phi_1 - \phi_2| = 180^\circ \quad (2.2)$$

2. Kinematische Korrelation:

Die elastische Streuung ist charakterisiert durch eine spezielle und wegen identischer Massen m_p von Projektil und Target einfache kinematische Relation:

$$\tan \theta_1 \cdot \tan \theta_2 = \frac{2 \cdot m_p}{E_{\text{kin}} + 2 \cdot m_p} = \frac{1}{\gamma_{\text{cm}}^2} \quad (2.3)$$

mit θ_1, θ_2 :Polarwinkel der Protonen im Ausgangskanal (Laborsystem) und $\gamma_{\text{cm}}^2 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$: Lorentzfaktor des CM-Systems gegenüber dem Laborsystem.

Ist ein Ereignis koplanar, dann liefern gemäß (2.2) gegenüberliegende Stäbe ein Signal. Sind zudem die getroffenen Halbringe entsprechend (2.3) verknüpft, wird der Trigger ausgelöst und alle Signale werden gespeichert. Das Ereignis ist dann vom Trigger als ein elastisches Streueignis eingestuft worden. Bei der Offline-Analyse der Daten können nun die Polar- und Azimutwinkel beider Protonen mit hoher Genauigkeit berechnet und in das CM-System transferiert werden.

Die spezielle Kinematik der elastischen Streuung von Teilchen gleicher Masse fordert, daß die Differenz der CM-Polarwinkel genau 180° beträgt. Dies ist bei nicht-elastischen Streuungen in der Regel nicht der Fall. Die Winkelabweichung von 180° wird kinematisches Defizit α genannt. Diese Größe ist ein guter Indikator für die Art der Reaktion. Für diese Arbeit wurden alle Ereignisse nach der Winkelrekonstruktion als elastische Streuung gewertet, wenn α kleiner 8° war.

2.1.3 Methode zur Bestimmung

Für die Simulationen zur Bestimmung der Effizienz wurden 250.000 Ereignisse pro Strahlimpuls p_{Beam} mit den folgenden Einstellungen erzeugt:

Eventgenerator: *TwoParticles*.

Dieser Generator erzeugt nur elastische Proton-Proton-Streueignisse, mit einstellbarer Verteilung der gewürfelten Winkel. Die Winkel werden gleichverteilt generiert, d.h. die Anzahl der gewürfelten Winkel pro $\cos \theta_{\text{cm}}$ - und ϕ -Intervall ist bis auf statistische Schwankungen konstant. Abhängigkeiten von Meßgrößen und Parametern sind so einfacher zu erkennen.

Geometrie zur Berechnung der

Außenschaleneffizienz: Das Strahlrohr und alle Elemente der Außenschale - Rohacell-Träger, Stablage und Ringlage - werden berücksichtigt.

Gesamteffizienz: Zusätzlich zur Geometrie der Außenschale sind die vier Helixlagen und die Trägerrohre der Innenschale einbezogen.

Strahlimpulsbereich: 0,8...3,2 GeV/c mit einer Schrittweite von 0.1 GeV/c.

Winkelbereiche:

Ereignisse im Bereich der Auslesen der Halbringe: obere: $90^\circ \pm 17^\circ$ und untere: $270^\circ \pm 13^\circ$ werden nicht verwendet, da es in diesen Bereichen im Experiment die Winkelrekonstruktion wegen sich ändernder Querschnitte der Halbringe nicht mehr einwandfrei funktioniert. Der in Polarwinkel θ verwendete Bereich ist $8^\circ \dots 80^\circ$ (Lab).

In den Simulationen wird der Weg beider Protonen eines elastischen Ereignisses verfolgt, d.h. ihre Bahnen durch und Energieverluste in den Detektorelementen berechnet. Erfüllen die aus den Energieverlusten in den Szintillatoren rekonstruierten Winkel die Trigger-Bedingung und ist das kinematische Defizit $\alpha \leq 8^\circ$ dann wird das Ereignis als elastische Streuung registriert. Der Cosinus des Polarwinkels im CM-System eines der beiden Teilchen wird in ein Histogramm eingetragen. Es ist ausreichend den Polar- und Azimutwinkel nur eines Teilchens zu verwenden, da die entsprechenden Winkel des zweiten Teilchens durch die Bedingungen (2.2) und (2.3) vollständig bestimmt sind. Eine Benutzung beider Winkel entspräche zudem einer Verdoppelung der Statistik, wobei die Winkel dann paarweise nicht mehr statistisch unabhängig wären. Außerdem wird durch Verwendung nur eines Winkelpaars $(\theta_{\text{cm},1}, \phi_1)$, mit $\cos \theta_{\text{cm}} \in [-1, 1]$ und $\phi \in [0^\circ, 360^\circ]$ die in der Simulation aufgehobene Ununterscheidbarkeit der Teilchen wiederhergestellt.

Die Zahl der mit diesem Verfahren nachgewiesenen Ereignisse im Intervall $\Delta \cos \theta_{\text{cm}}$ ergibt dividiert durch die Zahl der erzeugten Ereignisse im Intervall $\Delta \cos \theta_{\text{cm}}$ gemäß (2.1) die Effizienz $\eta(\cos \theta_{\text{cm}})|_{P_{\text{Beam}}}$. Analog läßt sich die Effizienz als Funktion des Azimutwinkels ϕ bestimmen.

Ein interessanter Nebeneffekt des verwendeten Algorithmus ist die Möglichkeit den beiden Instanzen des Detektors, die elastische Streueignisse identifizieren (Trigger und Rekonstruktion), eigene Effizienzen zuzuweisen. Zum Ersten ist dies die Triggereffizienz: Hier werden nur Winkel von Ereignissen verwendet, die getriggert wurden (unabhängig davon ob beide Winkel

rekonstruiert werden können oder nicht). Es ergibt sich also die reine Ansprechwahrscheinlichkeit des Triggers.

Zweitens ist dies die Rekonstruktionseffizienz. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an mit der die Winkel beider Teilchen eines Ereignisses rekonstruiert werden können. Alle diese Effizienzen: Trigger-, Rekonstruktions- und Gesamteffizienz können während eines Arbeitsschrittes bestimmt werden.

2.2 Außenschaleneffizienz

2.2.1 Beschreibung der Daten

Die Auswertung der Simulationen ergibt für den Verlauf der Außenschaleneffizienz $\eta_{\text{as}}(\cos\theta_{\text{cm}})|_{p_{\text{Beam}}}$ (siehe Abb. 2.1) eine geringe Abhängigkeit von dem Polarwinkel θ und dem Strahlimpuls p_{Beam} (siehe Abb. 2.5). $\eta_{\text{as}}(\phi)|_{p_{\text{Beam}}}$ (siehe Abb. 2.2) hingegen ist konstant über ϕ , und zeigt nur eine aus der Energieabhängigkeit der Akzeptanz herrührende Variation mit dem Strahlimpuls.

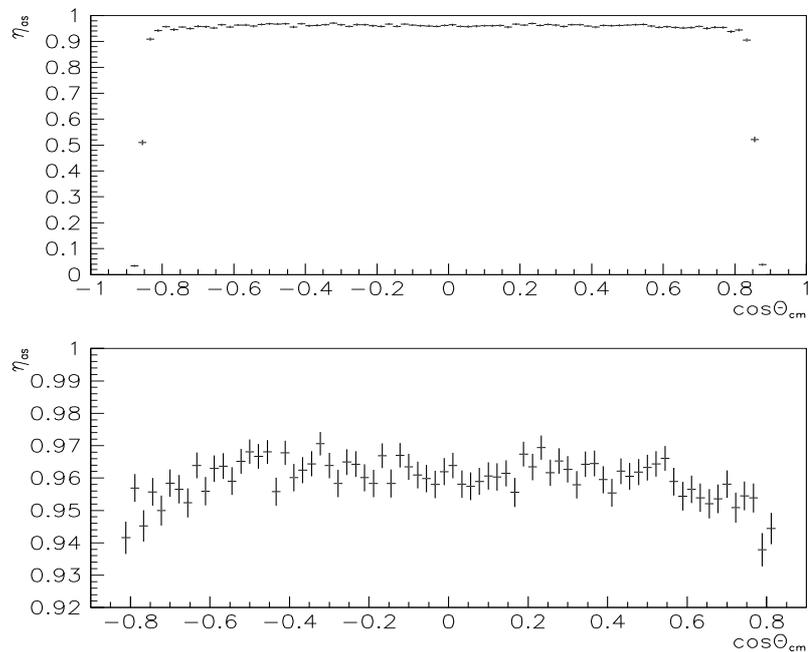


Abbildung 2.1: Außenschaleneffizienz bei einem Strahlimpuls von 1.2 GeV/c als Funktion des Cosinus des Polarwinkels im CM-System. Untere Abbildung mit unterdrücktem Nullpunkt

Die Außenschaleneffizienz zeigt eine Achsensymmetrie um die Ordinaten-Achse bei $\cos\theta_{\text{cm}} = 0$, welche durch die Kinematik der Streuung ununterscheidbarer Teilchen begründet ist. Scheinbare Strukturen im Verlauf der Effizienz beruhen auf statistischen Schwankungen. Dies läßt sich leicht überprüfen, indem das Histogramm bei $\cos\theta_{\text{cm}} = 0$ aufgeteilt, der Teil mit $-1 < \cos\theta_{\text{cm}} < 0$ an der y-Achse gespiegelt und die Differenz der beiden Histogramme gebildet wird (siehe Abb. 2.3). Der gewichtete Mittelwert des Differenzhistogramms ist dann mit Null verträglich.

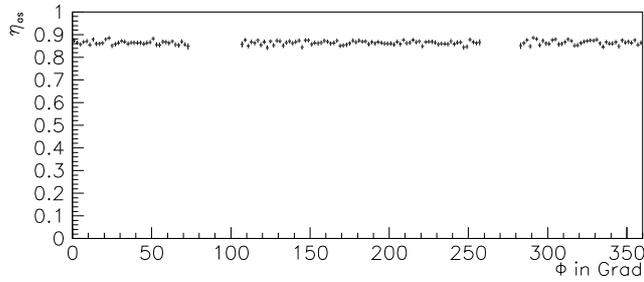


Abbildung 2.2: Außenschaleneffizienz bei einem Strahlimpuls von 1.2 GeV/c als Funktion von ϕ . Die Lücken sind die Bereiche der Ankopplung der Photomultiplier an die Halbringe, welche bei der Winkelrekonstruktion nicht berücksichtigt werden.

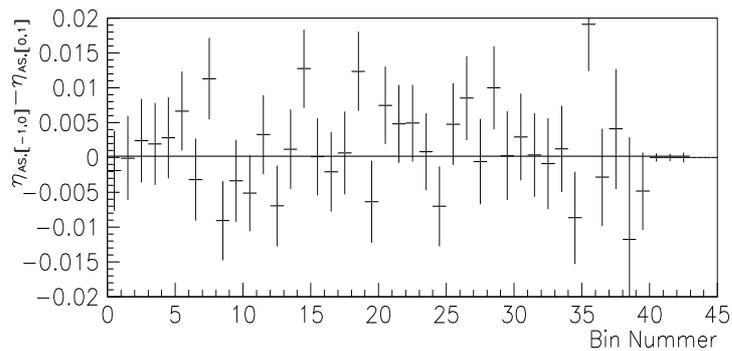


Abbildung 2.3: Differenz zwischen Rückwärts- und Vorwärtswinkelbereich (siehe Text) der Außenschaleneffizienz bei einem Strahlimpuls von 1.2 GeV/c

Ein Vergleich von Trigger- und Rekonstruktionseffizienz (siehe Abb. 2.6), bestätigt, daß die Rekonstruktion die schärfere Bedingung zur Identifikation elastischer Ereignisse darstellt. Die Rekonstruktionseffizienz ist generell niedriger als die Triggereffizienz und hat besonders bei höheren Energien einen unstetigen Verlauf. Der unterschiedlich Verlauf mit dem Polarwinkel θ erklärt sich durch die Tatsache, daß der Trigger eine gröbere Diskriminierung der Daten vornimmt.

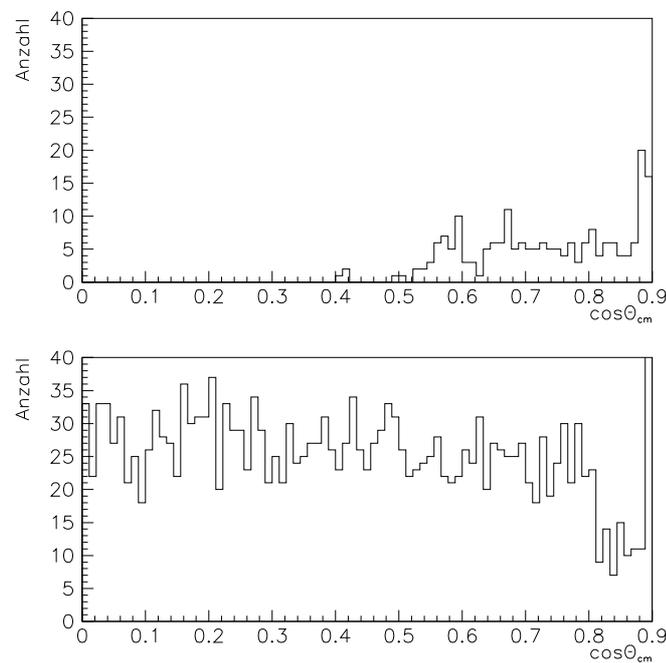


Abbildung 2.4: Obere Abb.: nicht getriggerte aber rekonstruiert Ereignisse.
Untere Abb.: getriggerte aber nicht rekonstruierte Ereignisse

Die Abbildungen 2.4 zeigen Ereignisse, die von Trigger und Rekonstruktion nicht als elastische Proton-Proton Streueignisse erkannt werden. Man sieht, daß sich die Selektionsbereiche von Trigger und Rekonstruktion praktisch nicht überlappen: Die Anzahl der nicht getriggerten Ereignisse, die aber rekonstruiert werden würden, ist vernachlässigbar klein: $< 0,1\%$.

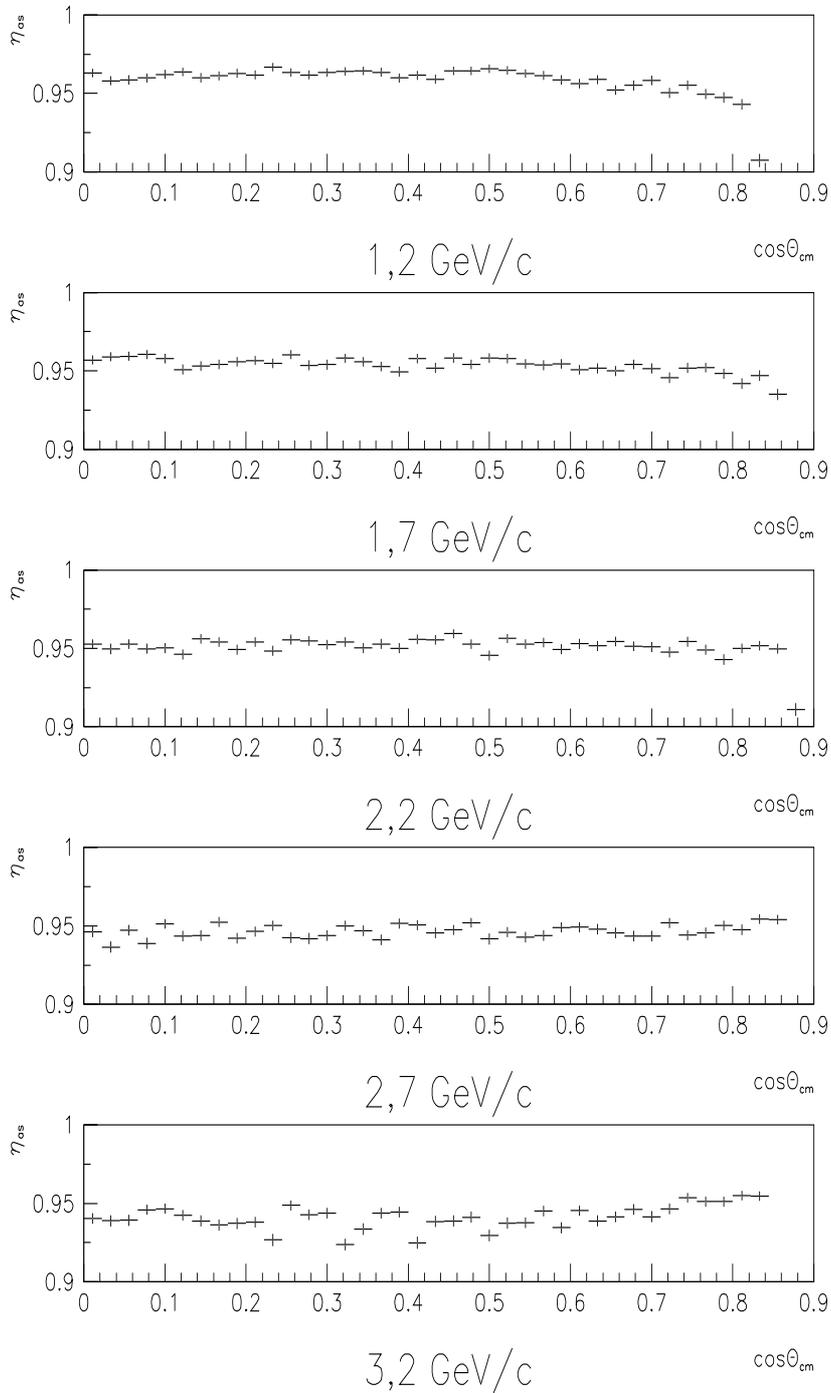


Abbildung 2.5: Außenschaleneffizienzen bei fünf Strahlimpulsen als Funktion von $\cos\theta$ im Intervall von 0 bis 1 mit unterdrücktem Nullpunkt

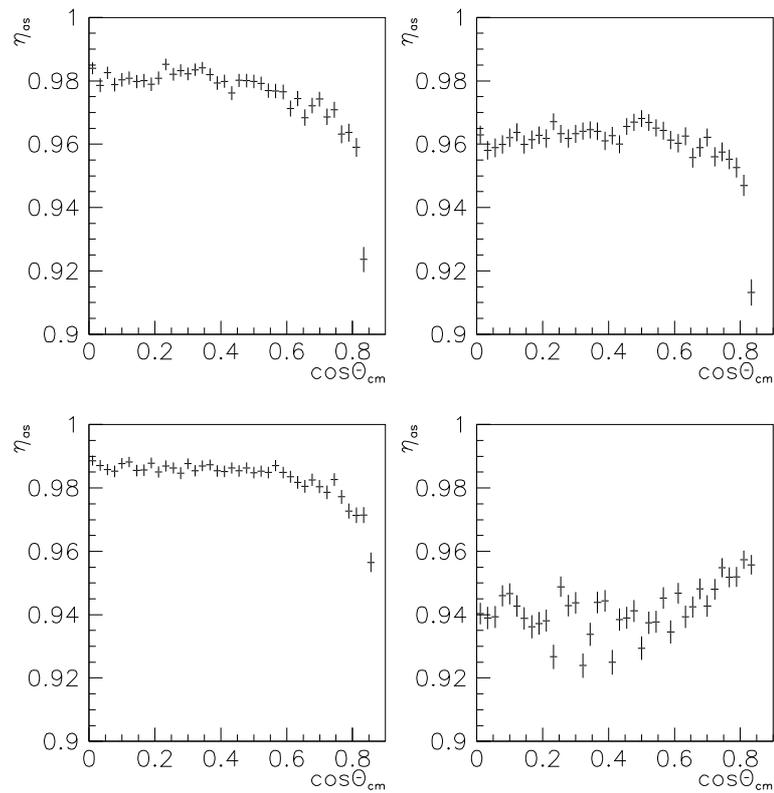


Abbildung 2.6: Triggereffizienz (links) und Rekonstruktionseffizienz (rechts) bei 1.2 GeV/c (obbere Abb.) und 3.2 GeV/c (untere Abb.) als Funktion von $\cos\theta$ im Intervall von 0 bis 1 mit unterdrücktem Nullpunkt

2.2.2 Parametrisierung

Der Verlauf der Effizienz als Funktion der beiden maßgeblichen Parameter: Polarwinkel θ und Strahlimpuls p_{Beam} (siehe Abb. 2.7), verspricht die Möglichkeit einer einfachen Parametrisierung.

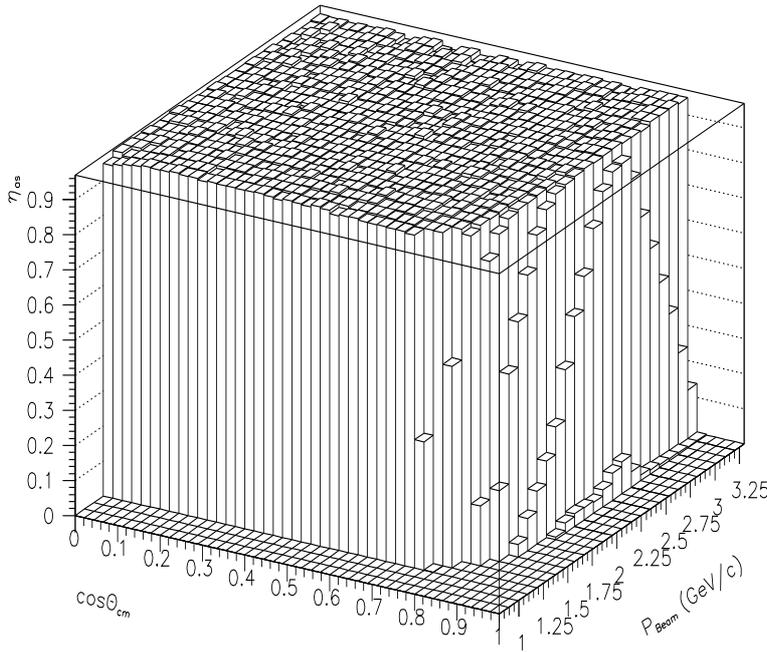


Abbildung 2.7: Außenschaleneffizienz als Funktion des Strahlimpulses p_{Beam} und $\cos \theta$

Zur Parametrisierung der Effizienz wird an die einzelnen Kurvenverläufe $\eta_{\text{as}}(\cos \theta_{\text{cm}})|_{p_{\text{Beam}}}$ ein Polynom der Form

$$\eta(\cos \theta_{\text{cm}})|_{p_{\text{Beam}}} = A_0 + A_2 \cdot \cos^2 \theta_{\text{cm}} + A_4 \cdot \cos^4 \theta_{\text{cm}} \quad (2.4)$$

mit Hilfe des χ^2 -Verfahrens (siehe Abb. 2.8) angepaßt. Das Polynom enthält nur Terme mit geraden Potenzen von $\cos \theta_{\text{cm}}$ aufgrund der zuvor festgestellten Symmetrie. Ein versuchsweise durchgeführter Anpassung mit einem vollständigen Polynom vierten Grades: $\eta = A_0 + A_1 \cdot \cos \theta + A_2 \cdot \cos^2 \theta + A_3 \cdot$

$\cos^3 \theta + A_4 \cdot \cos^4 \theta$ bestätigt, daß die Koeffizienten der Terme mit ungeraden Potenzen, A_1 und A_3 , mit Null verträglich sind.

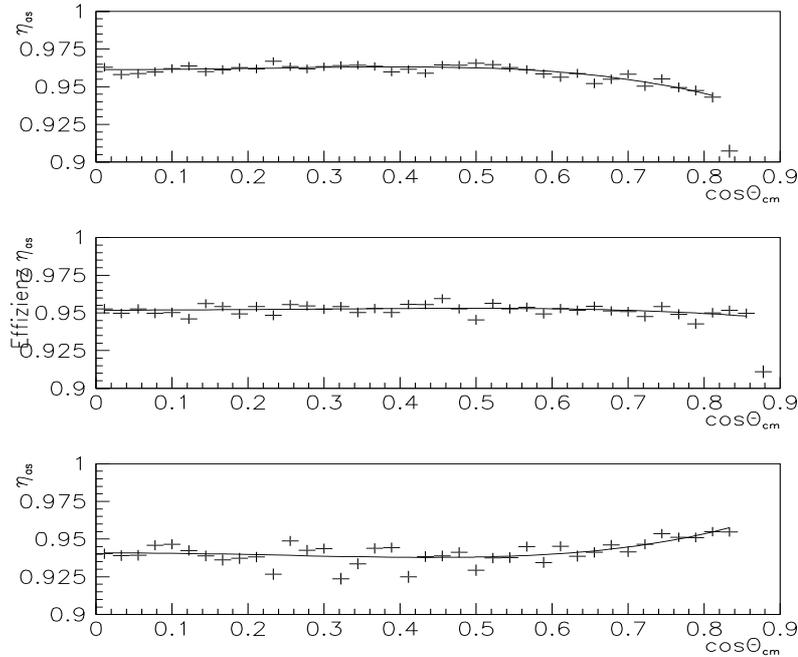


Abbildung 2.8: Außenschaleneffizienz bei 1.2GeV/c, 2.2GeV/c und 3.2GeV/c mit unterdrücktem Nullpunkt. Die durchgezogene Linie ist die Parametrisierung der θ -Abhängigkeit der Effizienz

Die drei Koeffizienten A_0, A_2 und A_4 sind Funktionen des Impulses, deren Verlauf wiederum durch ein Polynom beschrieben werden soll. Der Verlauf von A_1 und A_2 zeigt eine relativ starke Kopplung (siehe Abb. 2.9). Dies liegt an dem ähnlichen Verlauf von $\cos^2 \theta$ und $\cos^4 \theta$ im Intervall $[0, 1]$ (siehe Abb. 2.9).

Die Ordnung der Polynome für die Funktion der Koeffizienten A_0, A_1 und A_2 als Funktion des Strahlimpulses p_{Beam} (siehe Abb. 2.10) wird durch die Größe des reduzierten χ^2 bestimmt.

$$A_0 = a_{0,0} + a_{1,0} \cdot p_{\text{Beam}} + a_{2,0} \cdot p_{\text{Beam}}^2 + a_{3,0} \cdot p_{\text{Beam}}^3 + a_{4,0} \cdot p_{\text{Beam}}^4 \quad (2.5)$$

$$A_2 = a_{0,2} + a_{1,2} \cdot p_{\text{Beam}} + a_{2,2} \cdot p_{\text{Beam}}^2 + a_{3,2} \cdot p_{\text{Beam}}^3 \quad (2.6)$$

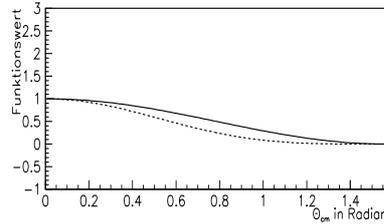


Abbildung 2.9: Verlauf von \cos^2 (durchgezogene Linie) und \cos^4 (gestrichelte Linie)

$$A_4 = a_{0,4} + a_{1,4} \cdot p_{\text{Beam}} + a_{2,4} \cdot p_{\text{Beam}}^2 + a_{3,4} \cdot p_{\text{Beam}}^3 \quad (2.7)$$

Mit den Koeffizienten:

$$\left. \begin{array}{l} a_{0,0} = 0,9344 \pm 0,0009 \\ a_{1,0} = 0,0765 \pm 0,0009 \\ a_{2,0} = -0,0670 \pm 0,0004 \\ a_{3,0} = 0,0217 \pm 0,0002 \\ a_{4,0} = -0,00252 \pm 0,00004 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Parameter von } A_0 \\ (\chi_r^2 = 1,01) \end{array} \quad (2.8)$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{0,2} = 0,121 \pm 0,008 \\ a_{1,2} = -0,166 \pm 0,008 \\ a_{2,2} = 0,0872 \pm 0,0036 \\ a_{3,2} = -0,0156 \pm 0,0008 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Parameter von } A_2 \\ (\chi_r^2 = 2,94) \end{array} \quad (2.9)$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{0,4} = -0,342 \pm 0,013 \\ a_{1,4} = 0,405 \pm 0,012 \\ a_{2,4} = -0,1935 \pm 0,0054 \\ a_{3,4} = 0,0335 \pm 0,0013 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Parameter von } A_4 \\ (\chi_r^2 = 4,55) \end{array} \quad (2.10)$$

Ein Bewertungskriterium für die Güte der Parametrisierung (siehe Abb. 2.11) ist die Differenz aus den ursprünglichen Daten und der angepaßten Kurve. Abb. 2.12 zeigt, daß diese Differenz über den gesamten betroffenen Bereich lediglich um max. $\pm 2,5\%$ (absolut) schwankt. Das zeigt eine gute Übereinstimmung der Parametrisierung mit den Daten.

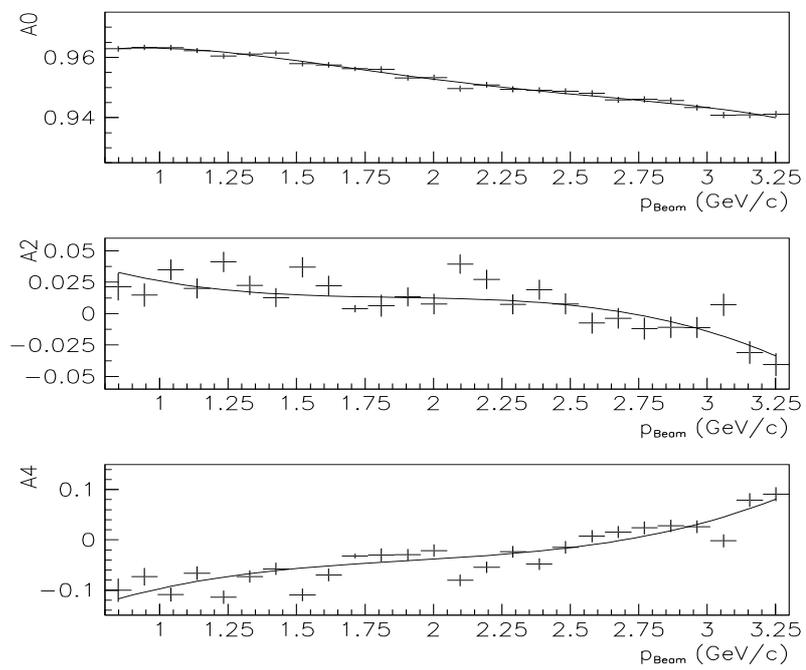


Abbildung 2.10: Koeffizienten A_0 , A_2 und A_4 als Funktion des Strahlimpulses incl. angepaßter Kurve

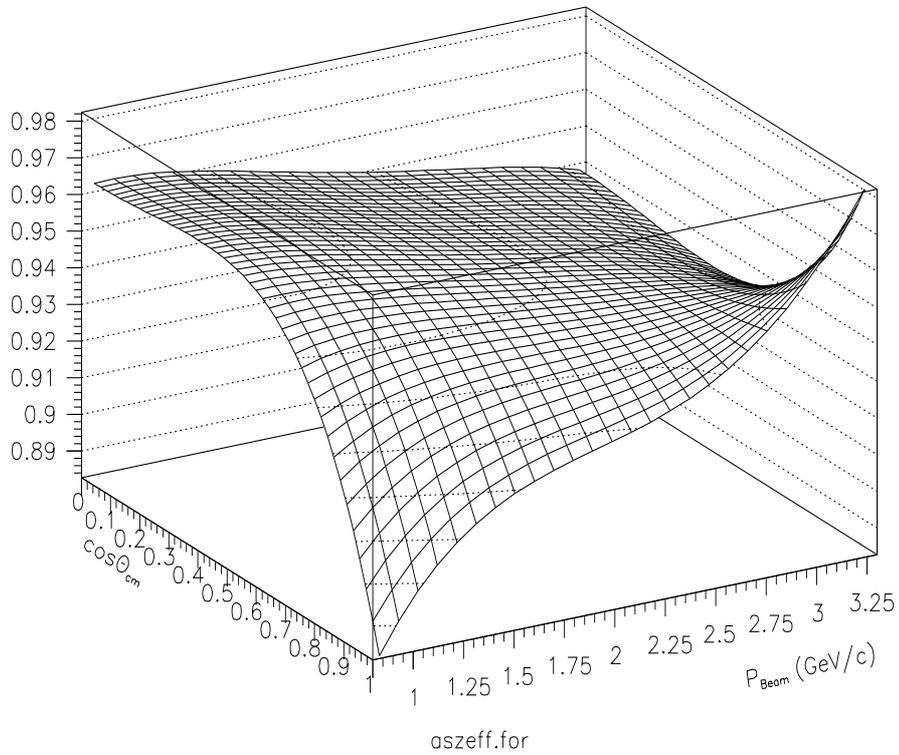


Abbildung 2.11: Parametrisierung der Außenschaleneffizienz. Die z-Achse stellt die Effizienz dar. Man beachte die Skalierung der Achsen

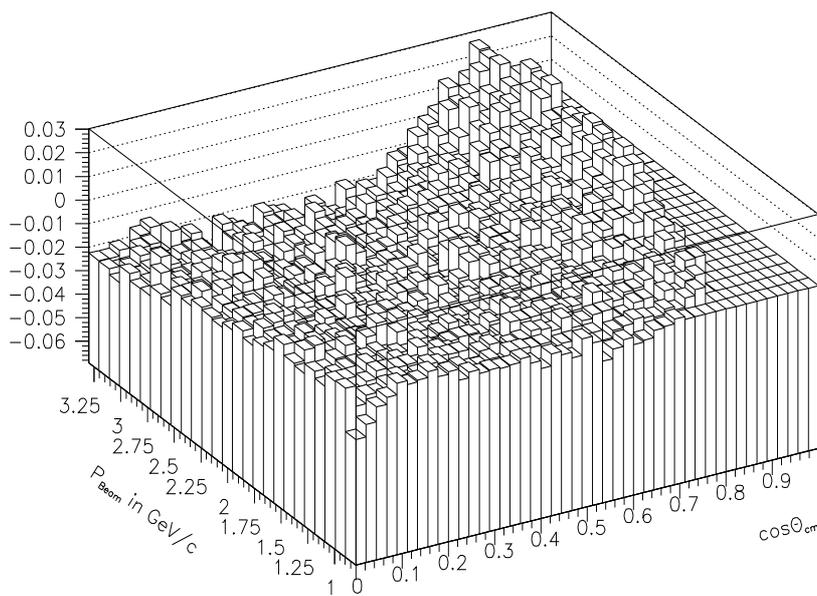


Abbildung 2.12: Differenz von Parametrisierung der Außenschaleneffizienz und Daten. (Auf der z-Achse aufgetragen)

2.3 Gesamteffizienz (Innen- und Außenschale)

2.3.1 Daten und Parametrisierung

Das Verfahren zur Parametrisierung der Gesamteffizienz (siehe Abb. 2.13) ist analog zum Verfahren der Parametrisierung der Außenschaleneffizienz. Zu Bemerkem ist hierbei, daß dies nicht die endgültige Gesamteffizienz des Detektors ist, sondern die Außenschaleneffizienz bei eingebauter Innenschale. Da die Innenschale bisher noch nicht vollständig in die Winkelrekonstruktion integriert ist, läßt sich eine endgültige Gesamteffizienz nur näherungsweise bestimmen.

Im Vergleich mit der Außenschaleneffizienz als Funktion von $\cos \theta_{\text{cm}}$ fällt auf, daß die Gesamteffizienz in allen Impulsbereichen niedriger ist als die Außenschaleneffizienz und daß die Fluktuation der Daten mit $\cos \theta_{\text{cm}}$ bei geringen Strahlimpulsen stärker ist. Grundsätzlich zeigt sich jedoch ein ähnlicher Verlauf.

Die Parametrisierung der Gesamteffizienz erfolgt ebenso wie bei der Außenschaleneffizienz durch Polynome der Form:

$$\eta(\cos \theta_{\text{cm}}) = B_0 + B_2 \cdot \cos^2 \theta_{\text{cm}} + B_4 \cdot \cos^4 \theta_{\text{cm}} \quad (2.11)$$

wobei die Koeffizienten B_0, B_2 und B_4 in Abhängigkeit von p_{Beam} wiederum durch Polynome beschrieben werden:

$$B_0 = b_{0,0} + b_{1,0} \cdot p_{\text{Beam}} + b_{2,0} \cdot p_{\text{Beam}}^2 + b_{3,0} \cdot p_{\text{Beam}}^3 + b_{4,0} \cdot p_{\text{Beam}}^4 \quad (2.12)$$

$$B_2 = b_{0,2} + b_{1,2} \cdot p_{\text{Beam}} + b_{2,2} \cdot p_{\text{Beam}}^2 + b_{3,2} \cdot p_{\text{Beam}}^3 + b_{4,2} \cdot p_{\text{Beam}}^4 + b_{5,2} \cdot p_{\text{Beam}}^5 \quad (2.13)$$

$$B_4 = b_{0,4} + b_{1,4} \cdot p_{\text{Beam}} + b_{2,4} \cdot p_{\text{Beam}}^2 + b_{3,4} \cdot p_{\text{Beam}}^3 \quad (2.14)$$

Mit den Koeffizienten:

$$\left. \begin{array}{l} b_{0,0} = 0,794 \pm 0,001 \\ b_{1,0} = 0,318 \pm 0,001 \\ b_{2,0} = -0,2535 \pm 0,0005 \\ b_{3,0} = 0,0798 \pm 0,0002 \\ b_{4,0} = -0,00890 \pm 0,00005 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Paramter von } B_0 \\ (\chi_r^2 = 1,21) \end{array} \quad (2.15)$$

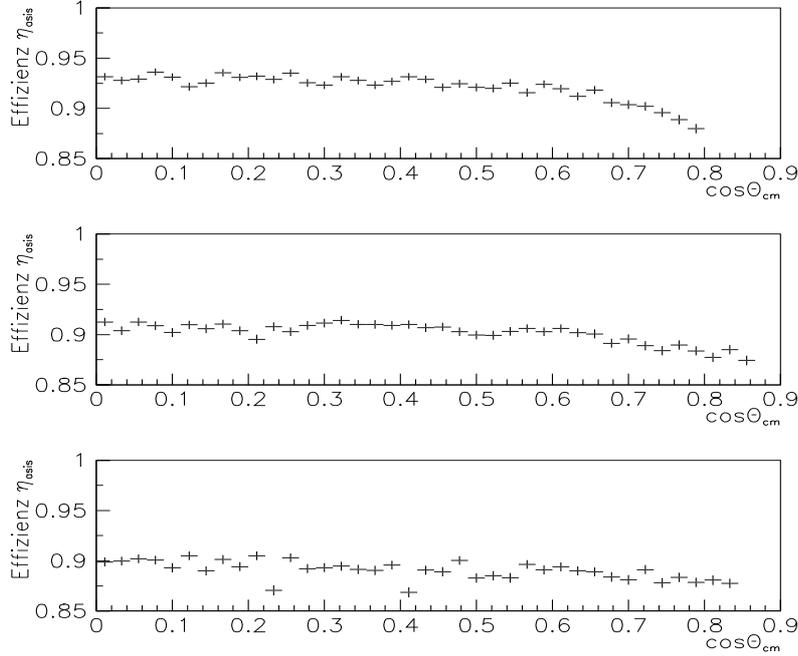


Abbildung 2.13: Gesamteffizienz bei den Strahlimpulsen 1.2 GeV/c, 2.2 GeV/c und 3.2 GeV/c (von oben) als Funktion von $\cos \theta$ (Cm-System)

$$\left. \begin{aligned}
 b_{0,2} &= 1,077 \pm 0,012 \\
 b_{1,2} &= - 2,742 \pm 0,011 \\
 b_{2,2} &= 2,638 \pm 0,004 \\
 b_{3,2} &= - 1,278 \pm 0,002 \\
 b_{4,2} &= 0,3004 \pm 0,0006 \\
 b_{5,2} &= - 0,0282 \pm 0,0001
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Parameter von } B_2 \\ (\chi_r^2 = 0,98) \end{array} \quad (2.16)$$

$$\left. \begin{aligned}
 b_{0,4} &= - 0,575 \pm 0,023 \\
 b_{1,4} &= 0,722 \pm 0,019 \\
 b_{2,4} &= - 0,360 \pm 0,008 \\
 b_{3,4} &= 0,0607 \pm 0,0018
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Parameter von } B_4 \\ (\chi_r^2 = 0,98) \end{array} \quad (2.17)$$

Das Ergebnis ist eine Parametrisierung der Gesamteffizienz (siehe Abb. 2.14), deren maximale Abweichung von den Daten kleiner als 2% ist (siehe Abb. 2.15). Es zeigt sich also eine noch bessere Anpassung an die Daten als bei der Außenschaleneffizienz.

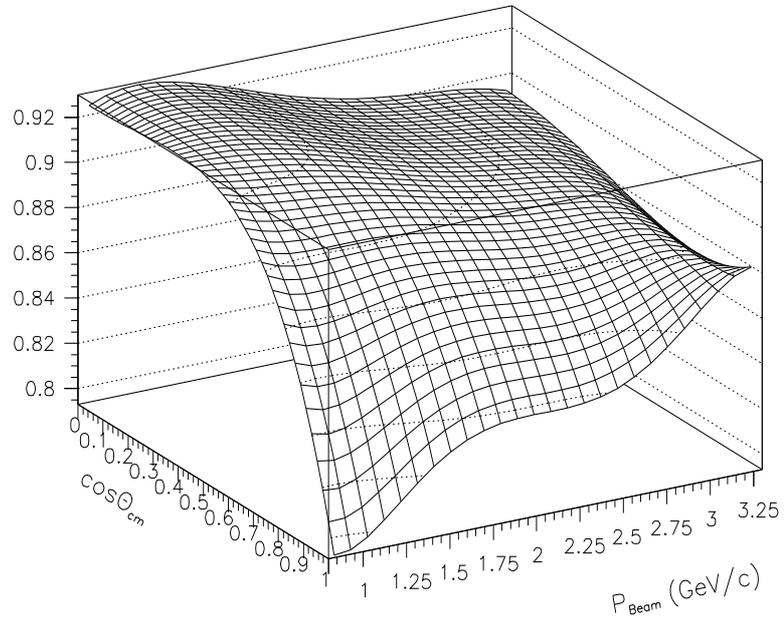


Abbildung 2.14: Parametrisierung der Gesamteffizienz. Die z-Achse stellt die Effizienz dar. Man beachte die Skalierung der Achsen

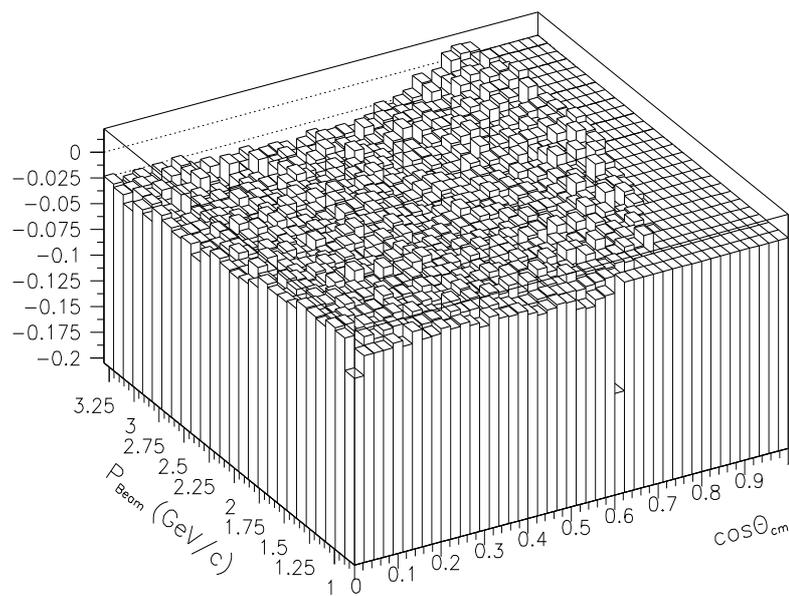


Abbildung 2.15: Differenz von Parametrisierung der Gesamteffizienz und Daten (Auf der z-Achse aufgetragen)

2.4 Diskussion der Effizienz

Primäre Ursache des Verlaufs und des Absinkens der Effizienz bei Einbau der Innenschale sind Sekundärreaktionen der Protonen im Material des Detektors (Strahlrohr, Helixlagen, Trägerrohre, Szintillatoren, usw.). Dies läßt sich sehr leicht zeigen, indem in der Simulation die Sekundärreaktionen abgeschaltet werden, so daß die Protonen nur noch Energie in den Detektorelementen deponieren (siehe Abb. 2.16).

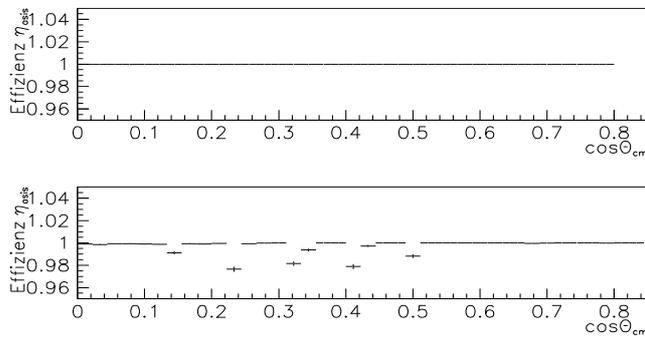


Abbildung 2.16: Gesamteffizienz bei Strahlimpulsen von 1.2 GeV/c (obere Abb.) und 3.2 GeV/c (untere Abb.) bei abgeschalteten Sekundärreaktionen

Es zeigt sich, daß weitere Einflüsse auf die Effizienz wie Kleinwinkelstreuung und Energiestraggling oder Schwelleneffekte nur noch minimalen Einfluß haben können: Die Effizienz bei ausgeschalteten Sekundärreaktionen ist bis auf kleinere Schwankungen und Ausreißer bei höheren Energien konstant gleich Eins über den kompletten Winkelbereich. Diese Schwankungen (siehe Abb. 2.16, unten) werden verursacht durch Energiestraggling, das eine Verschmierung der Signale, d.h. der deponierten Energie, in den Szintillatoren verursacht. Bei höheren Strahlimpulsen wächst die kinetische Energie und damit die Geschwindigkeit der gestreuten Protonen, womit sich diese immer mehr dem Bereich der Minimalionisation nähern. Durch diesen Effekt sinkt die Energiedeposition in den Szintillatoren und bewirkt eine wachsende Verschmierung der Signale. Dadurch können die Ereignisse zwar noch getriggert

aber nicht mehr rekonstruiert werden. Dieser Effekt hat auf die Größe der Effizienz allerdings nur geringen Einfluß, da mit zunehmender Energie die Wahrscheinlichkeit für Sekundärreaktionen wächst, die die Höhe der Effizienz dominiert.

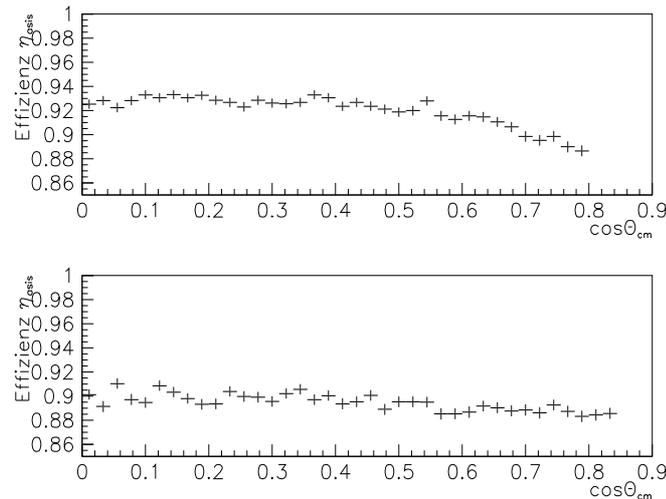


Abbildung 2.17: Gesamteffizienz bei Strahlimpulsen von 1.2 GeV/c (oben) und 3.2 GeV/c (unten) ohne Klein-Winkel-Streuung und Energiestraggling

Sehr schön läßt sich der Einfluß der Kleinwinkelstreuung und des Energiestraggelings auf den Kurvenverlauf erkennen: nach deren Abschalten sinkt die Fluktuation der Punkte; die Kurve wird stetiger (siehe Abb. 2.17 im Vergleich mit siehe Abb. 2.13). Die Veränderung von Diskriminatorschwellen bei der Auslese der Signale hat praktisch keinen Einfluß auf die Effizienz.

Die Abhängigkeit der Effizienz vom Polarwinkel θ und vom Strahlimpuls p_{Beam} wird hauptsächlich durch zwei Effekte bestimmt:

Erstens: Die Wahrscheinlichkeit von Sekundärreaktionen steigt exponentiell mit der durchflogenen Materialdicke. Daher nimmt die Effizienz zu kleinen Streuwinkeln θ hin ab. Hinzu kommt eine Energieabhängigkeit der Effizienz aufgrund des Lorentz-Boost: Mit zunehmendem Strahlimpuls werden die Protonen vorzugsweise in Vorwärtsrichtung mit kleinen Streuwinkeln getreut, womit die Differenz der Wegstrecken der Protonen eines Ereignisses im Detektormaterial sinkt. Die Effizienzdifferenz zwischen $\cos\theta \rightarrow 0$ und $\cos\theta \rightarrow 1$ wird geringer.

Zweitens wird mit zunehmendem Strahlimpuls auch der Impuls der gestreuten Protonen größer. Nach Bethe-Bloch sinkt damit die Energiedeposition der Teilchen in den Detektorelementen bis auf einen Minimalwert. Das Minimum liegt für Protonen je nach Material bei ungefähr 2 GeV/c (Pb) bis 3 GeV/c (H₂) [PRD 94]. Dieser Effekt macht sich bei den Teilchen mit großem Streuwinkel am stärksten bemerkbar, da diese relativ zu denen mit kleinen Streuwinkeln langsam sind und daher die Änderung des Energieverlustes absolut gesehen größer ist.

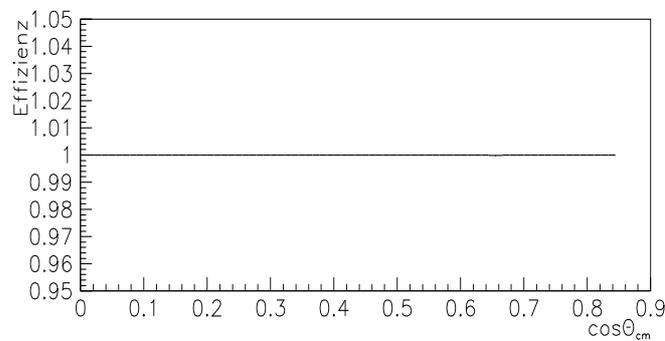


Abbildung 2.18: Gesamteffizienz bei einem Strahlimpuls von 2.2 GeV/c und abgeschalteten Sekundärreaktionen, Klein-Winkel-Streuung und Energiestraggeling. (Der Kurvenverlauf ist bei allen verwendeten Strahlimpulsen gleich)

Kapitel 3

Polarisation

3.1 Einleitung und Grundlagen der Spin-Physik

In der letzten Dekade hat sich ein verbindendes Element zwischen den sonst so verschieden scheinenden Feldern der Physik der Kern-, Teilchen- und Elektronenstreuung entwickelt. Dieses Element ist „Spin-Physik“, ein Gattungsbegriff, der alle Untersuchungen von Spin-Polarisation umschließt. Weil Untersuchungen in den verschiedenen Feldern der Physik in der Regel unterschiedliche Notationen, Formalismen und Koordinatensysteme verwenden, ist häufig nicht zu erkennen, daß allen die gleiche Spin-Physik zugrunde liegt. Im folgenden wird ein relativ einfacher Formalismus in Hinsicht auf das EDDA-Experiment unter Verwendung eines weit verbreiteten Koordinatensystems und Notation vorgestellt.

3.1.1 Formalismus

Ganz allgemein betrachten wir die Streuung von Fermionen mit der Spinstruktur

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}. \quad (3.1)$$

Speziell bei EDDA geht es um die elastische Streuung von Protonen

$$\vec{p} + \vec{p} \rightarrow p + p \quad (3.2)$$

wobei die Polarisation der Teilchen im Eingangskanal präpariert, im Ausgangszustand jedoch nicht von EDDA meßbar ist.

Polarisation

Unter polarisierten Teilchen versteht man Teilchen mit ausgerichtetem Spin, und damit auch ausgerichtetem magnetischem Moment. Protonen besitzen

Spin $\frac{1}{2}$ und haben daher zwei Einstellungsmöglichkeiten: „spin up“ $\leftrightarrow +$ und „spin down“ $\leftrightarrow -$ für die z -Komponente des Protonenspins. Wenn $N_j(+)$ die Besetzungszahl mit spin-up und $N_j(-)$ die Besetzungszahl mit spin-down ist, dann wird die Polarisation p_j bzgl. der Quantisierungsrichtung j definiert [Con 93] als:

$$p_j = \frac{N_j(+)-N_j(-)}{N_j(+)+N_j(-)} \quad (3.3)$$

Häufig ist es jedoch hilfreich, eine allgemeinere Beschreibung mit Hilfe der Dichtematrix zu verwenden:

$$\rho = \sum_n w_n |n\rangle \langle n| \quad \text{mit } \langle n|n\rangle = 1 \quad \text{und} \quad \sum_n w_n = 1 \quad (3.4)$$

Die Dichtematrix beschreibt eine statistische und quantenmechanische Mittelung aus allen möglichen reinen Spin-Zuständen $|n\rangle$, die mit den Wahrscheinlichkeiten w_n gewichtet werden. Da für Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen der Spinoperator durch die Pauli-Matrizen σ_i mit $i \in \{x, y, z\}$ beschrieben wird, ergibt sich die Polarisation in Richtung einer Raumkomponente aus dem Erwartungswert der entsprechenden Pauli-Matrix als:

$$p_j = \langle \sigma_j \rangle = \text{Spur}(\rho \sigma_j) \quad \text{wobei } j \in \{x, y, z\} \quad (3.5)$$

Polarisationsobservable

Der experimentelle Zugang zur Spin-Physik ist die Messung von differentiellen Wirkungsquerschnitten. Wenn keine Selektion der möglichen Spin-zustände (Spinausrichtungen) im Eingangskanal vorgenommen wird, ergibt sich der unpolarisierte differentielle Wirkungsquerschnitt. Er ist damit die Summe aller spin-abhängigen differentiellen Wirkungsquerschnitte, wobei über alle möglichen Zustände im Eingangskanal gemittelt wird.

Die spin-abhängigen differentiellen Wirkungsquerschnitte beschreiben jeweils den Übergang eines einzelnen Zustandes von Spineinstellungen im Eingangskanal in einen Zustand von Spineinstellungen im Ausgangskanal und sind damit die eigentlichen fundamentalen Meßgrößen. Leider können sie nicht direkt gemessen werden, sondern es ist nur möglich, über die Selektion von Spineinstellungen im Eingangskanal eine lineare Kombination mehrerer Meßgrößen zu bestimmen [Con 93].

Die Streuung eines polarisierten Strahlprotons an einem polarisierten Targetproton wird beschrieben durch eine einlaufende ebene Welle und eine auslaufende, durch die Streuamplitude modulierte Kugelwelle. Die Darstellung

der einlaufenden Welle wird aus einem Produkt von Orts- und Spinwellenfunktion $|n\rangle_{ein}$ gebildet. Da sich im Eingangszustand zwei Protonen befinden, muß man das Produkt ihrer beiden Spinwellenfunktionen bilden. Die resultierende Spinwellenfunktion $|n\rangle_{ein}$ ist ein vierkomponentiger Spinor. Die Streuamplitude wird zu einer 4×4 -Matrix, die sogenannte Übergangs- oder Reaktionsmatrix M . Die Gesamtwellenfunktion Ψ ergibt sich zu:

$$\Psi = e^{ikz} |n\rangle_{ein} + \frac{e^{ikz}}{r} M |n\rangle_{ein} \quad (3.6)$$

Die auslaufende Welle $|n\rangle_{aus}$ ergibt sich durch Anwendung der Matrix M auf den Spinor der einlaufenden Welle:

$$|n\rangle_{aus} = M |n\rangle_{ein} \quad (3.7)$$

bzw. im Dichtematrixformalismus:

$$\rho_{aus} = M \rho_{ein} M^\dagger \quad (3.8)$$

Die M -Matrix läßt sich nun entwickeln nach direkten Produkten der Pauli-Matrizen:

$$M = \sum_{i,j} a_{ij} \sigma_{ij} \quad (3.9)$$

mit $i, j \in \{x, y, z\}$. σ_{kl} ist das direkte Produkt der Pauli-Matrizen

$$\text{z.B.: } \sigma_{xy} := \sigma_x \otimes \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_y \\ \sigma_y & 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

und die a_{kl} sind die invarianten Amplituden dar. Die allgemeine Formel für die Observablen A_{pqij} der polarisierten Proton-Proton-Streuung lautet

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot A_{pqij} = \frac{1}{4} \text{Spur} \left(M \sigma_{ij} M^\dagger \sigma_{pq} \right) \quad (3.11)$$

wobei die Indizes für p :gestreut, q :zurückgestreut, i :Strahl und j :Target stehen, und jeweils eine der 4 möglichen Spineinstellungen darstellen. Die hier und im folgenden verwendete Notation der Observablen A_{pqij} stammt von Bystricky, Lehar und Winternitz [By 78]. Ist zum Beispiel der Strahl in y -Richtung polarisiert und das Target unpolarisiert, d.h. die Spineinstellung unbestimmt, und wird im Ausgangskanal keine Polarisation gemessen, dann dominiert die Observable A_{00n0} , die sogenannte Analysierstärke, den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

3.1.2 Koordinatensysteme

Das für experimentelle Betrachtungen praktischste und am häufigsten verwendete Koordinatensystem im Laborsystem ist das Helizitätssystem entsprechend der Madison-Konvention [Hae 70]. Dabei wird die Polarisation der einlaufenden bzw. auslaufenden Teilchen mit Hilfe von rechtshändigen Koordinatensystemen beschrieben, deren positive z -Achsen mit den Impulsvektoren des einlaufenden bzw. des auslaufenden Teilchens zusammenfallen. Gemeinsam ist den Systemen, daß die positiven y -Achsen mit der Richtung der Streunormalen \vec{n} zusammenfallen:

Abbildung 3.1: Madison-Konvention: an die Streuebene (gestrichelt) geknüpftes Koordinatensystem. Die Streuebene wird aufgespannt durch die Impulse von Projektil und Ejektill nach der Streuung. Das linke Dreibein (s,n,k) ist das Koordinatensystem von Strahl- und Targetteilchen.

Man erhält für jedes Teilchen einen Satz von Koordinaten gemäß der

Madison-Konvention:

$$\begin{aligned} \vec{k}: & \text{Impulsrichtung des Teilchens,} \\ \vec{n}: & \text{Normale zur Streuebene,} \\ \vec{s} = & \vec{n} \times \vec{k} \end{aligned}$$

Die Polarisationen von Strahl-Proton und Target-Proton werden durch je einen Vektor \vec{p} dargestellt, mit Komponenten entsprechend (3.3). Da die Polarisationen in einem festen Koordinatensystem am Ort des Detektors präpariert werden, ist die Darstellung der Polarisationsvektoren in einem an die Streuebene geknüpften Koordinatensystem eine andere als in dem

ortsfesten Detektorkoordinatensystem:

$$\begin{aligned} \vec{z}: & \text{Impulsrichtung,} \\ \vec{y}: & \text{Normale zur Ebene des Beschleunigers,} \\ \vec{x} = & \vec{y} \times \vec{z} \end{aligned}$$

Es ist jedoch möglich die Koeffizienten des Polarisationsvektors bzgl. des Koordinatensystems der Madison-Konvention in Koeffizienten bzgl. des ortsfesten Detektorkoordinatensystems umzurechnen.

3.1.3 Symmetrien

Die Anzahl der Polarisationsobservablen und der invarianten Amplituden reduziert sich massiv infolge der Symmetrien der starken Wechselwirkung:

1. Paritätserhaltung: Vorzeichenwechsel von \vec{k} und \vec{s} unter Raumspiegelung führt zu einer Reduktion der Anzahl der Observablen

$$\Rightarrow A_{pqij} = 0 \text{ wenn } [k] + [s] \in \{1, 3\}$$

wobei $[k] + [s]$: Anzahl der Indizes k und s
(Dies entspricht einer Reduktion der invarianten Amplituden von 16 auf 8)

2. Zeitumkehrinvarianz: Vertauschung von Anfangs- und Endzustand

$$\Rightarrow A_{pqij} = (-1)^{[s]} A_{ijpq}$$

(Reduktion von 8 auf 6 linear unabhängige Amplituden.)

3. Symmetrie aufgrund der Identität der Teilchen: gleichzeitige Vertauschung von Beam- und Targetteilchen bei Vertauschung von getreutem und zurückgestreutem Teilchen

$$\Rightarrow A_{pqij} = (-1)^{[k]+[s]} A_{qpji}$$

(Reduktion von 6 auf 5 linear unabhängige Amplituden)

Die Parametrisierung der Übergangsmatrix M vereinfacht sich damit zu

$$M = a_{00} + a_{y0} (\sigma_{y0} + \sigma_{0y}) + a_{xx} \sigma_{xx} + a_{yy} \sigma_{yy} + a_{zz} \sigma_{zz} \quad (3.12)$$

und enthält nur noch fünf komplexe, linear unabhängige Amplituden als Funktionen des Streuwinkels und der Energie. Da die Gesamtphase der Wellenfunktion frei wählbar ist, muß man mindestens neun Observable als Funktion der Energie und des Streuwinkels für eine vollständige Beschreibung der elastischen Proton-Proton-Streuung messen. Der Spezialfall der Streuung unter symmetrischen Winkeln läßt sich wegen weiterer einschränkender Bedingungen schon mit fünf Observablen erfassen.

Bei dem EDDA-Experiment wird die Polarisation im Eingangskanal gemessen. Damit sind die EDDA zugänglichen Observablen:

- differentieller Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ durch Messung mit unpolarisiertem Strahl und Target
- Analysierstärke: $A_{00n0} = A_{000n}$ durch Messung mit polarisiertem Strahl und unpolarisiertem Target und umgekehrt
- Spinkorrelationsparameter: A_{00nn} , A_{00ss} und A_{00sk} durch Messung mit polarisiertem Strahl und polarisiertem Target

3.2 Prinzip der Messung von Polarisationsobservablen

Das Grundprinzip der Bestimmung von Polarisationsobservablen ist, wie schon erwähnt, die Messung differentieller Wirkungsquerschnitte. Werden definierte Spineinstellungen der Teilchen im Eingangszustand präpariert, dann bewirken nach (3.11) die Observablen eine Modulation des differentiellen Wirkungsquerschnittes der unpolarisierten elastischen Streuung auf [Lec 93]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{unpol.} \cdot \left[1 + \sum_i A_{00i0} p_{Bi} + \sum_j A_{000j} p_{Tj} + \sum_{i,j} A_{00ij} p_{Bi} p_{Tj} \right] \quad (3.13)$$

mit

$i, j \in \{s, n, k, 0\}$: Richtungen der Polarisation im Koordinatensystem der Streuebene

p_{Bi} : Komponenten des Strahl- und p_{Tj} : Targetpolarisationsvektors entsprechend (3.3)

Die Observablen A_{qpji} sind Funktionen des Polarwinkels. Die Komponenten $p_{B\alpha}$ und $p_{T\beta}$ beziehen sich auf die Darstellung des Polarisationsvektors in dem auf die Streuebene bezogenen Koordinatensystem. Man erhält sie durch eine Drehung des Koordinatensystems um die z- bzw. k-Achse um den Azimutwinkel ϕ (siehe Abb. 3.2).

Wie schon bei der Effizienzanalyse werden pro Ereignis nur die Winkel θ, ϕ eines der beiden Protonen betrachtet. Für die hier vorgestellte Methode werden stets die Winkel des vorwärtsgestreuten Teilchens benutzt, womit die Streuebene eindeutig definiert ist.

Abbildung 3.2: Ortsfestes Detektorkoordinatensystem und Koordinatensystem der Streuebene (Die nicht abgebildete z- und k-Achse sind nahezu parallel und gehen senkrecht in die Darstellungsebene hinein. Eventuelle Abweichungen der Impulse der Teilchen von der nominellen Achse z des Detektors, durch Strahlaufweitung oder -verkipfung werden vernachlässigt).

Die Drehung des Koordinatensystems um den Winkel ϕ wird mit Hilfe der Drehmatrix

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

durchgeführt. Die Vektorkomponenten transformieren sich wie folgt:

$$\begin{aligned} P_s &= P_x \cos \phi + P_y \sin \phi \\ P_n &= P_y \cos \phi - P_x \sin \phi \\ P_k &= P_z \end{aligned} \quad (3.15)$$

Eingesetzt in (3.13) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{\sigma_0} &= 1 + A_{00n0} [(P_{By} + P_{Ty}) \cos \phi - (P_{Bx} + P_{Tx}) \sin \phi] \\ &+ A_{00nn} [P_{By} P_{Ty} \cos^2 \phi + P_{Bx} P_{Tx} \sin^2 \phi \\ &- (P_{By} P_{Tx} + P_{Bx} P_{Ty}) \cos \phi \sin \phi] \\ &+ A_{00ss} [P_{Bx} P_{Tx} \cos^2 \phi + P_{By} P_{Ty} \sin^2 \phi \\ &+ (P_{By} P_{Tx} + P_{Bx} P_{Ty}) \cos \phi \sin \phi] \\ &+ A_{00sk} [(P_{Bx} P_{Tz} + P_{Bz} P_{Tx}) \cos \phi \\ &+ (P_{By} P_{Tz} + P_{Bz} P_{Ty}) \sin \phi] \\ &+ A_{00kk} P_{Bz} P_{Tz} \end{aligned} \quad (3.16)$$

wobei $\sigma = \sigma(\theta, \phi, P_{\text{Beam}}) := \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{pol.}}}$: differentieller Wirkungsquerschnitt der polarisierten pp-Streuung und $\sigma_0 := \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{unpol.}}}$: differentieller Wirkungsquerschnitt der unpolarisierten pp-Streuung. Die Gleichung vereinfacht sich in

der Anwendung jedoch noch, da der COSY-Strahl nur in y -Richtung polarisiert werden kann. Unter diesen Bedingungen können P_{B_x} und P_{B_z} auf Null gesetzt werden.

Die Observablen sind nun jeweils Funktionen von θ_{cm} und P_{Beam} . Durch Messung der ϕ -Verteilungen bei unterschiedlichen PolarisationsEinstellungen lassen sich die $A_{00\alpha\beta}$ bestimmen. Die Methoden dazu sind in [Ohl 73] erläutert.

3.3 Simulation elastischer Streuung polarisierter Protonen

3.3.1 Prinzip des Eventgenerators „PolGen grqq

Der Eventgenerator PolGen (Polarisations Generator; siehe Anhang) verwendet aus den Arndt'schen Streuphasenanalysen die Lösung SM97 [Arn 97]. Darin werden Polarisationsobservable (siehe Abb. 3.3) berechnet, um entsprechend (3.16) verteilte elastische Ereignisse, d.h. Streuwinkel der Protonen, zu generieren. Ein Tupel von Polar- und Azimutwinkel für eines der beiden Protonen wird in den Intervallen

$$\theta_{\text{cm}} \in [0^\circ, 90^\circ] \text{ und } \phi \in [0^\circ, 360^\circ] \quad (3.17)$$

zufällig erzeugt, und die Winkel des zweiten Protons mit Hilfe der speziellen Kinematik der elastischen Proton-Proton Streuung gemäß (2.2) und (2.3) berechnet. Die Verteilung (3.16) ist abhängig von drei Variablen: Polarwinkel θ , Azimutwinkel ϕ und Strahlimpuls p_{Beam} . Das Simulationspaket SIGI des EDDA-Detektors ist so angelegt, daß Simulationen bei einer festen Energie ausgeführt werden. Die zu erzeugenden Zufallszahlen für θ und ϕ sind also damit für jede Energie nur noch zweidimensional verteilt. Da ein Zufallszahlengenerator nur eindimensional verteilte Zufallszahlen, meist im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilt, liefert, muß die Verteilung so umgeformt werden, das Polar- und Azimutwinkel separat erzeugt werden können.

Im ersten Schritt wird die Verteilung

$$f(\theta, \phi) := \sigma(\theta, \phi, P_{\text{Beam}}) |_{P_{\text{Beam}}} \quad (3.18)$$

entsprechend (3.16) in eine normierte θ -Verteilung umgeformt:

$$\begin{aligned} f_\phi(\theta) &= \frac{1}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) d\phi d\theta} \int_0^{2\pi} f(\theta, \phi) d\phi \\ &= \pi \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{unpol}}} (2 + P_{B_y} P_{T_y} (A_{00nn} + A_{00ss})) \end{aligned} \quad (3.19)$$

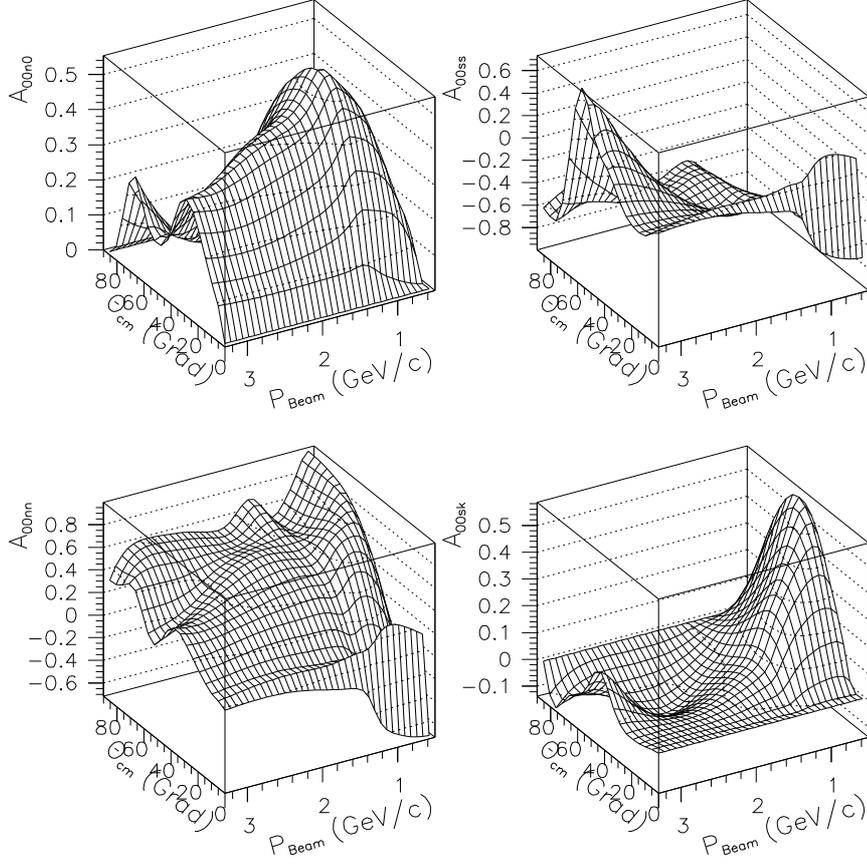


Abbildung 3.3: Verwendete SAID-Daten für die Polarisationsobservable als Funktion des Strahlimpulses p_{Beam} und des Polarwinkels im CM-Systems θ_{cm}

Zu beachten ist dabei, daß gilt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{unpol}} \equiv \frac{d\sigma}{d\phi \sin\theta d\theta}. \quad (3.20)$$

Damit $f_\phi(\theta)$ nun tatsächlich die Verteilungsdichte von θ ist, d.h. die entsprechend verteilten Zufallszahlen für den Polarwinkel mit Hilfe der Monte-Carlo-Technik der inversen Transformation [PRD 94] generiert werden können, muß $f_\phi(\theta)$ ein Differential von θ sein:

$$g_\phi(\theta) := 2\pi \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (3.21)$$

Die Anwendung der Monte-Carlo-Technik erfolgt in zwei Schritten:

1. Integration der Verteilungsdichte:

$$F_\phi(\theta) = \int_0^\theta d\theta g_\phi(\theta) \quad (3.22)$$

Da die Funktionen A_{00nn} , A_{00ss} und $\frac{d\sigma}{d\Omega_{unpol}}$, die zur Berechnung von $f_\phi(\theta)$ benötigt werden, nicht analytisch vorliegen, wird numerisch integriert.

2. Erzeugen einer im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilten Zufallszahl y_z und einsetzen in die invertierte Stammfunktion:

$$\Theta = F_\phi^{-1}(y_z)$$

Das so bestimmte Θ ist verteilt entsprechend $f_\phi(\theta)$.

Um einen zugehörigen Azimutwinkel zu erzeugen wird der Wert Θ in die ursprüngliche Verteilung (3.18) eingesetzt. Die so erzeugte Verteilung $f_\Theta(\phi)$ wird normiert und die drei Schritte des Monte-Carlo-Verfahrens auch auf diese Funktion angewendet. Das Ergebnis ist ein Wert Φ der entsprechend $f_\Theta(\phi)$ verteilt ist. Das auf diese Weise erzeugte Tupel (Θ, Φ) von Polar- und Azimutwinkel ist entsprechend (3.16) verteilt. Die Winkel des zweiten Protons können berechnet werden. Auf alle Winkel wird abschließend der Lorentz-Boost zum Transfer vom CM-System in das Laborsystem angewandt.

3.3.2 Ergebnisse

Die Abbildungen 3.4, 3.5 und 3.6 zeigen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, nach denen die elastischen Ereignisse generiert werden. Oben ist jeweils die θ -Verteilung entsprechend (3.19) aufgetragen. Diese werden vom differentiellen Wirkungsquerschnitt der Streuung unpolarisierter Protonen dominiert, daher ist auch bei unterschiedlichen Polarisations-einstellungen im Eingangskanal keine Änderung der Verteilung zu erkennen. Um so gravierender sind die Unterschiede in den ϕ -Verteilungen. Es ist zu beachten, daß dies nicht die Verteilung nach (3.16) ist, da in den Abbildungen die Wahrscheinlichkeitsverteilung für ϕ bei einzelnen θ aufgetragen ist. Die θ -Achse der zweidimensionalen Abbildungen ist keine Wahrscheinlichkeitsverteilung! Um die endgültige Verteilung der Zufallszahlen nach (3.16) zu erhalten, müssen die θ - und ϕ -Wahrscheinlichkeitsverteilungen gefaltet werden. Das Ergebnis ist allerdings sehr unübersichtlich; daher wurde auf eine Darstellung verzichtet.

Die Abb. 3.4 entspricht der Situation, wie sie bisher bei Messungen vorlag: die Streuung polarisierter Protonen des COSY-Strahls an dem unpolarisierten Target.

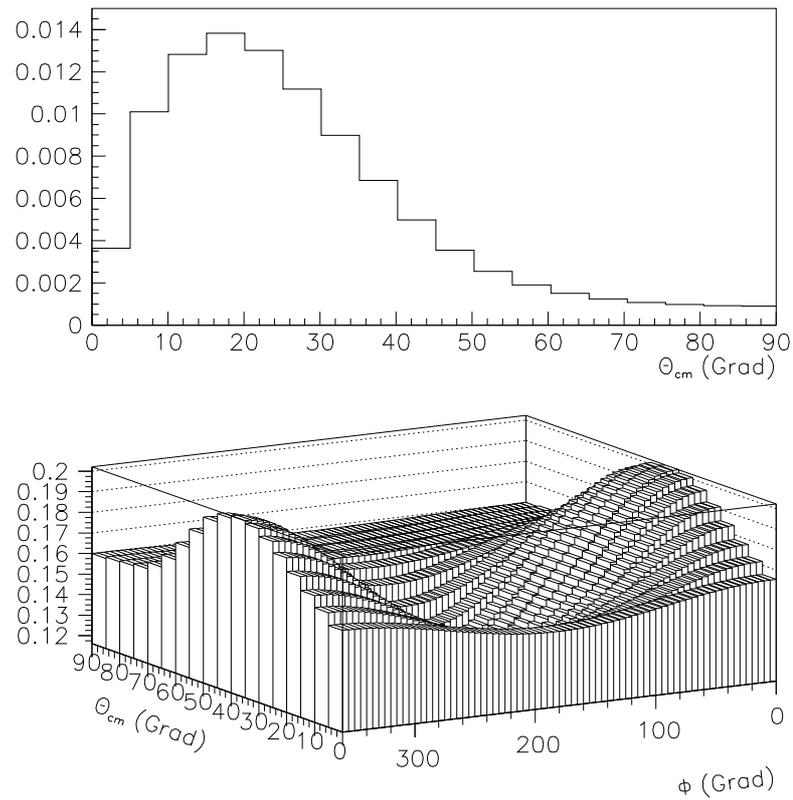


Abbildung 3.4: θ - und ϕ -Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Eventgenerators bei 1,5 GeV/c und Strahlpolarisation von 0,7 (Auf den den unbeschrifteten Achsen sind die Wahrscheinlichkeiten aufgetragen, mit denen ein Winkel θ bzw. ϕ erzeugt wird. Die großen Werte bei der unteren Abbildung erklären sich aus der Tatsache, daß ϕ aus programmtechnischen Gründen in Radian erzeugt wird.)

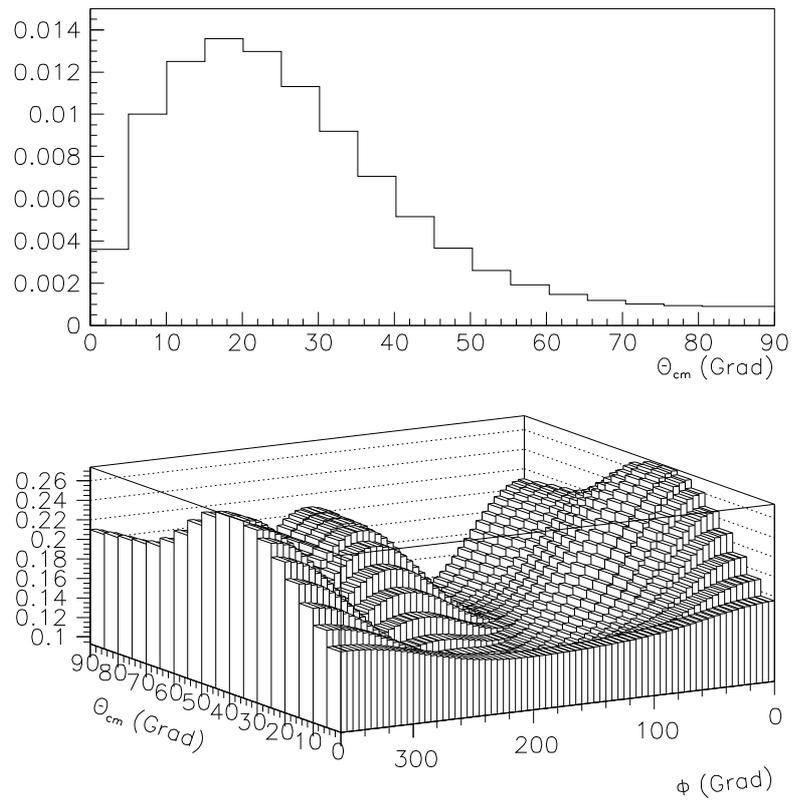


Abbildung 3.5: θ - und ϕ -Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Eventgenerators bei 1,5 GeV/c und Strahlpolarisation von 0,7 in y-Richtung sowie Targetpolarisation von 0,8 in y-Richtung (Erläuterung der unbeschrifteten Achsen analog Abb. 3.4)

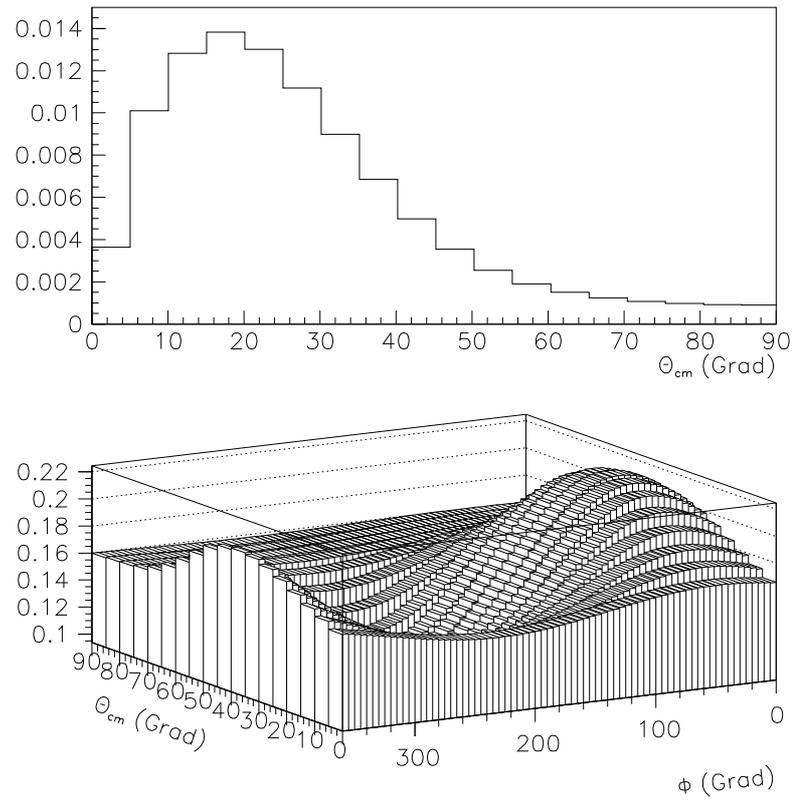


Abbildung 3.6: θ - und ϕ -Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Eventgenerators bei 1,5 GeV/c und Strahlpolarisation von 0,7 in y-Richtung sowie Targetpolarisation von 0,8 in x-Richtung (Erläuterung der unbeschrifteten Achsen analog Abb. 3.4)

Anhang A

Die Simulation des EDDA-Detektors

A.1 Prinzipieller Aufbau

Die Simulation soll experimentelle Daten möglichst genau und in möglichst kurzer Zeit produzieren. Zudem sollten Anwendung, auch mit verschiedenen Konfigurationen, und Erweiterung einfach und unkompliziert sein. Diese Überlegungen haben letztendlich zu dem folgenden Konzept geführt:

Die Simulation des EDDA-Experiments „SIGI“ („Simple Interface to GISMO by Ini-Files“) ist hauptsächlich in der Programmiersprache C++ geschrieben worden. Da die von dieser Sprache unterstützten Möglichkeiten der objektorientierten Programmierung konsequent verwendet wurden, sind mögliche Erweiterungen und Modifikationen einfach durch Implementierung neuer Klassen und Objekte möglich. GISMO („Graphical Interface for Simulation and Monte Carlo with Objects“) ist eine Sammlung objektorientierter Klassen (eine sog. „class library“) die einen Rahmen für die Programmentwicklung bei der Simulation von Teilchentransport durch Materie bilden. Sie umfaßt Klassen zur Beschreibung von Geometrien, Materialdaten, Teilchen und Wechselwirkungen und definiert deren Datenaustausch [Ros 94].

Die Definition der Geometrie, sowie Einstellungen und Ereignisgeneratoren, wird durch sog. Ini-Files bewerkstelligt. Dies sind einfache Textdateien, aufgebaut aus Sektionen. Bei Start der Simulation wird daraus eine Struktur verketteter Objekte erzeugt, die die verwendete Geometrie incl. aller möglichen Einstellungen (Ereignistyp, Cut-Off-Energie, zu speichernde Energieverluste, Spezialgeometrien u.s.w.) definiert.

Allgemein sind die essentiellen Schritte einer Simulation:

1. Beschreibung des experimentellen Aufbaus
d.h. Geometrie, Material, etc. (siehe Abschnitt A.2.1)
2. Erzeugen eines Ereignisses
Hierbei wird eine Reihe von Teilchen eines Streuexperimentes erzeugt, die eigene Impulse und einen gemeinsamen Ursprung (Reaktionspunkt) haben.
3. Verfolgen der unter 2. erzeugten Teilchen durch den Detektor, d.h. Berechnen der Bahn des Teilchens durch die Elemente des Detektors unter Verwendung von Mont-Carlo-Techniken für mögliche Reaktionen: Zerfall, Streuprozesse, Erzeugung von Sekundärteilchen. Im letzten Fall Die Bahnen der Sekundärteilchen werden ebenfalls solange verfolgt, bis alle Teilchen den Detektor verlassen haben oder vernichtet worden sind. Anschließend, bzw. während des Prozesses werden alle wichtigen Informationen (Energieverluste u.ä.) gespeichert.
4. Wiederholung der Schritte 2. und 3.

A.2 Parameter der Simulation

A.2.1 Die geometrische Konfiguration

Die bei einer Simulation verwendete geometrische Konfiguration wird durch das Ini-File `geometry.ini` festgelegt. In dieser Datei werden die Elemente des Detektors durch Sektionen (kenntlich durch eckige Klammern) definiert und verkettet. Es ergibt sich eine Baumstruktur von Objekten, welche durch „child - parent“ Abhängigkeiten gegeben ist, wobei sich die geometrischen „child“-Objekte immer innerhalb ihrer „parent“-Objekte befinden müssen. Als Beispiel sei hier ein Ausschnitt der Datei `geometry.ini` gezeigt:

```
[ Edda ]
Volumentyp = Tube
Material    = Air
T (cutoff) = 1.0 MeV
rmin       = 0.0 cm
rmax       = 40.0 cm
dz         = 214.0 cm
Child = CosyVakuum
```

```

Child = Strahlrohr
Child = Teleskop
Child = Helixlage1
Child = Helixlage2
Child = Helixlage3
Child = Helixlage4
Child = Rohacelltraeger
Child = StabLage
Child = RingLage

```

```

[ CosyVakuum ]
Volumentyp = Tube
Material    = vacuum
rmin       = 0.00 cm
rmax       = 7.50 cm
dz         = 214.00 cm

```

```

[ Strahlrohr ]
Volumentyp = Tube
Material    = Al
rmin       = 7.50 cm
rmax       = 8.00 cm
dz         = 214.00 cm
Child      = StrahlrohrAussparung

```

```

[ StrahlrohrAussparung ]
Volumentyp = Tube
Material    = Air
Position    = vector(0 mm, 0 mm, (257.1 - 234.1 + 600.5/2) mm) ; x, y, z
rmin       = 77 mm
rmax       = 80 mm
dz         = 600.5 mm

```

u.s.w. ...

Jedes geometrische Objekt hat mehrere Eigenschaften, von denen hier nur zwei der wichtigsten angesprochen werden:

Volumentyp: Der Typ „tube“ und weitere Geometrien werden von GISMO zur Verfügung gestellt. Die einfachen Formen (z.B. tube oder box) werden aufgefaßt als Listen endlicher, orientierter Oberflächen, die komplexeren Formen durch eine jeweils geeignete Parametrisierung beschrie-

ben. Die helixförmigen szintillierenden Fasern der Innenschale werden z.B. durch die Faserseele und den Faserradius parametrisiert [Gro 97].

Material: Die Materialien (Al, Air, usw.) werden in GISMO durch die Klassen `Material` und `MatData` erklärt. `Material` enthält die Daten, die ein Material in jedem Fall haben muß damit der Teilchentransport beschrieben werden kann. `MatData` beschreibt das Format für eigene Materialdateien [Ros 94].

A.2.2 Strahlzeitspezifische Einstellungen

Durch Einstellen mehrere spezieller Parameter wird es möglich, spezifische Daten einer Strahlzeit zu simulieren. Sie lassen sich in zwei Bereiche unterteilen:

Strahleigenschaften: Diese sind, soweit es die Simulation betrifft, die Orts- und Winkelabweichung zwischen dem COSY-Strahl und der Detektorachse.

Beide Parameter finden sich bei den Initialisierungen der Eventgeneratoren.

„Gains“: Diese Werte - wörtlich übersetzt Verstärkungen - werden für jede Strahlzeit aus den Daten extrahiert. Für jeden Stab und jeden Halbring muß ein Gain bestimmt werden. Die Gains der Stäbe sind Funktionen des Abstandes vom Vertex, die der Ringe vom Polar- und Azimutwinkel. Die Gains dienen der Konvertierung von ADC-Signalen in Energieverluste, aus denen dann die Winkel der Teilchen rekonstruiert werden. Bei der Simulation einer speziellen Strahlzeit kann der von „SIGI“ simulierte Energieverlust mit diesen Gains in ADC-Signale umgerechnet werden.

Es werden in der Simulation die aus den experimentellen Daten gewonnenen Gains verwendet.

A.3 Der Trigger

Der Simulationstrigger ist ein separates Programm, dessen primäre Aufgabe es ist, die von „SIGI“ gelieferten simulierten Energieverluste in den aktiven Elementen des Detektors in ADC-Signale im TDAS-Format der experimentellen Datenaufnahme zu transformieren. Dabei kann die Funktionalität der Elektronik des Hardware-Triggers simuliert werden, d.h. es wird überprüft,

ob die getroffenen Stäbe und Ringe entsprechend der Kinematik der elastischen Proton-Proton Streuung verknüpft sind. Anders als im Experiment können hier allerdings die Signale eines Ereignisses auch konvertiert und gespeichert werden, wenn dies nicht die geforderten Bedingungen erfüllt. In den gespeicherten Daten wird dann einfach ein „Trigger-Flag“ gesetzt, welches Auskunft über die Reaktion des Triggers gibt: z.B. getriggert, nicht getriggert, nur koplanar getriggert usw. Diese Möglichkeit liefert die Grundlagen für Untersuchungen der Triggereffizienz.

Genau wie die Simulation wird das Programm über ein Ini-File gesteuert, welches die Schwellen und die energieabhängigen Treffer-Vorhersagen enthält.

A.4 Eventgeneratoren

Ein Eventgenerator ist ein Programmcode zur Erzeugung physikalischer Ereignisse. Er generiert Teilchen mit Impulsen entsprechend vorgegebener Winkel- und Energieverteilungen und „übergibt“ diese den Trackingroutinen. Die Simulation enthält eine Reihe von Eventgeneratoren für die verschiedensten Aufgaben, und ist so konzipiert, daß sich Eventgeneratoren für zukünftige Anwendungen integrieren und modifizieren lassen. Im folgenden seien zwei Eventgeneratoren als Beispiele kurz charakterisiert:

TwoParticles: Dieser Generator simuliert die elastische Streuung zweier Teilchen. Abgesehen von abstrakten, frei wählbaren Zufallsverteilungen der erzeugten Winkel (z.B. gleich- oder gaußverteilt) werden zwei Parametrisierungen differentieller Wirkungsquerschnitte unterstützt: die Rosenbluth Formel für Proton-Elektron Streuung und die elastische Proton-Proton Streuung aus Messungen von Simon et.al., Phys.Rev.C3 662 (1993)

MicresGenerator: MICRES simuliert die inelastische Streuung von Hadronen bei mittleren kinetischen Energien - bis zu einigen GeV - mit Kernen. Mit Hilfe von INC („Intra Nuclear Cascade“) werden Reaktionen am Kern durch quasifreie Stöße an den Nukleonen beschrieben. Die Wege des Projektils wie auch der bei der Kaskade entstehenden Sekundärteilchen werden in derselben Art und Weise verfolgt, bis sie entweder einen Stoß erleiden, den Kern verlassen oder ihre Energie unter einen Grenzwert sinkt. Ferner werden auch totale Hadron-Nucleon-Wirkungsquerschnitte bzw. die geometrischen Wirkungsquerschnitte der Kerne verwendet [Ros 94].

Das Programmpaket MICRES wird auch separat verwendet, um die Sekundärreaktionen im Detektormaterial zu berechnen.

Anhang B

Fehlerrechnung

B.1 Fehler einer Wahrscheinlichkeit

Im zweiten Kapitel dieser Arbeit werden Nachweiseffizienzen des EDDA-Detektors in Abhängigkeit vom Polarwinkel im Schwerpunktsystem bestimmt. Dazu werden Ereignisse anhand des simulierten Polarwinkels des ersten Ejektils in ein Histogramm aufgenommen. Ebenso wird für die getriggerten und vom Detektor als elastisch identifizierten Ereignisse verfahren. Für jedes Winkelbin i erhält man so die Gesamtanzahl N_i der erzeugten Ereignisse und die Anzahl n_i der getriggerten bzw. detektierten Ereignisse. Die relative Detektionshäufigkeit

$$h_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (\text{B.1})$$

definiert nun nach [Wae 65] die Vertrauensgrenzen für die wahre Nachweiseffizienz:

$$\eta_i^{(\min)} = \frac{h_i N_i + \frac{1}{2}g^2 - g\sqrt{h_i(1-h_i)N_i + \frac{1}{4}g^2}}{N_i + g^2}$$
$$\eta_i^{(\max)} = \frac{h_i N_i + \frac{1}{2}g^2 + g\sqrt{h_i(1-h_i)N_i + \frac{1}{4}g^2}}{N_i + g^2}.$$

Hierbei ist der Faktor g abhängig von der Wahrscheinlichkeit, mit der der wirkliche Wert von η innerhalb des Intervalls liegen soll. Bei der Berechnung der Fehler wurde eine 68,3%-Wahrscheinlichkeit gewählt, was gerade einer 1σ -Breite entspricht. Nach [Wae 65, S.344 Tab.3] ist dann $g = 1$. (Soll die Wahrscheinlichkeit größer sein, ist g größer: z.B. für 95% (2σ) $\leftrightarrow g = 1.96$.)

B.2 χ^2 - Anpassungsverfahren

Ein mögliches Ziel der Untersuchung eines physikalischen Prozesses $y = f(x)$ (wobei x durchaus ein Vektor oder Tupel aus mehreren Variablen sein kann) ist es, einen Satz von Parametern a_1, a_2, \dots, a_m einer theoretischen Kurve $f(x; a_1, a_2, \dots, a_m)$ zu finden, um den Prozeß zu beschreiben. Dazu kann die Kurve $f(x; a_1, a_2, \dots, a_m)$ an beispielsweise n Punkten x_i an die Meßpunkte y_i mit den Fehlern σ_i und $i = 1, 2, \dots, n$ angepaßt werden, um die Parameter a_1, a_2, \dots, a_m zu bestimmen (Die Anzahl der verwendeten Meßpunkte muß größer sein als die Anzahl der Parameter). Die Methode der kleinsten Quadrate postuliert nun, daß die besten Werte der a_j die sind, für die die Summe

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_i - f(x_i; a_j)}{\sigma_i} \right]^2 \quad (\text{B.2})$$

minimal wird. Die Gleichung (B.2) beschreibt nun einfach die Summe der quadratischen Abweichung der Datenpunkte von der Kurve gewichtet mit ihren Fehlern. Um die Werte für die a_j zu finden, muß das System von Gleichungen

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_j} = 0 \quad (\text{B.3})$$

gelöst werden. Die Fehler der Parameter ergeben sich aus der Fehler-Matrix

$$(V^{-1})_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_i \partial a_j}. \quad (\text{B.4})$$

Die Diagonalelemente der Fehlermatrix V repräsentieren die Varianzen der Parameter, die Nichtdiagonalelemente die Kovarianzen. Abschließend ist es nötig, die Güte der Anpassung zu beurteilen. Dies kann erfolgen durch Berechnung des reduzierten Chi-Quadrats

$$\chi_r^2 = \frac{\chi^2}{\nu}, \quad (\text{B.5})$$

wobei $\nu = n - m$ die Anzahl der Freiheitsgrade ist. Ein χ_r^2 möglichst nahe 1 bedeutet eine gute Anpassung der Kurve an die Daten. χ_r^2 kann allerdings durch Ausreißer und Fluktuationen der Daten erheblich von Eins abweichen. (In einem solchen Fall könnte man durch Vergleich von S mit tabellierten Werten der χ^2 -Verteilung $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 1 - \alpha$ eine Irrtumswahrscheinlichkeit α für die Anpassung angeben.) [Leo 94]

Literaturverzeichnis

- [Ack 93] Diplomarbeit von K. Ackerstaff, *Konzeption einer Detektorsimulation für das EDDA-Experiment bei COSY und Anwendung auf Detektorkomponenten*, I. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg, Oktober 1993
- [Alb 97] EDDA Kollaboration, *Proton-proton elastic scattering excitation functions at intermediate energies*, Phys. Rev. Lett. **78**, 1652 (1997)
- [Arn 94] Richard A. Arndt et. al. Phys. Rev., C50 2731 (1994)
- [Arn 97] Richard A. Arndt, Chang Heon Oh, Igor I. Strakovsky† and Ron L. Workman, *Nucleon-nucleon elastic scattering analysis to 2.5 GeV*, Department of Physics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA 24061
Frank Dohrman, I. Institut für Experimentalphysik, Universität Hamburg, Luruper Chaussee 149, D-22761
- [Bal 94] J. Ball et.al., Phys.Lett., B320,206 (1994)
- [Bys 78] J. Bystricky, F. Lehar und P. Winternitz, *Formalism of Nucleon-Nucleon elastic Scattering Experiments*, D.Ph.P.E, CEN Saclay, BP n°2, 91190 Gif sur Yvette, France und Centre de Recherches Mathématiques, Université de Montreal, P.Q. Canada, Januar 1978, Le Journal de Physique
- [Con 93] H. E. Conzett, *Spin Polarisation in Nuclear and Particle Physics*, Nuclear Science Division, Lawrence Berkeley Laboratory und University of California, Berkeley, California 94720, USA, July 1993
- [Fra 86] P. LaFrance und E.Lomon, Phys. Rev. D34 (1986) 1341
- [Gro 93] Diplomarbeit von Rüdiger Groß-Hardt, *Simulation des EDDA-Detektors - erste Ergebnisse*, Institut für Strahlen und Kernphysik, Universität Bonn, April 1993

- [Gro 96] Dissertation von Anja Gross, *Simulationsuntersuchung zum EDDA-Experiment*, I. Institut für Experimentalphysik, Universität Hamburg, Luruper Chaussee 149, D-22761
- [Gro 97] Rüdiger Groß-Hardt, private Mitteilung
- [Hae 70] W. Haeberli, H. H. Barschall (ed.), *The Madison Convention*, in: *Polarization Phenomena in Nuclear Reactions*, Proc. of the Third International Symposium, Madison, 1970
- [Hae 96] W. Haeberli, et. al., *Proton-Proton Spin Correlation Measurements at 200 MeV with an Internal Target in a Storage Ring*, Dep. of Physics, University of Wisconsin-Madison, 1996
- [Hin 97] F. Hinterberger, *Elastic pp Scattering Excitation Functions at Intermediate Energies*, ISKP Universität Bonn, Nußallee 14-16, D-53115 Bonn
- [Ige 96] Diplomarbeit von M. Igelbrink, *Konzept zur Streuphasenanalyse für das EDDA-Experiment* I. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg, 1996
- [Lah 92] Dissertation von Uwe Lahr, *EDDA - Ein Detektor zur Messung von Anregungsfunktionen der elastischen Proton-Proton Streuung an COSY*, ISKP-Report Nr.2/1992, Bonn 1992
- [Leo 94] W.R.Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1994 2. Auflage
- [Lec 93] C.Lechanoine-LeLuc und F.Lehar, *Nucleon-Nucleon elastic Scattering and total Cross Sections*, Review of Modern Physics 65 (1993) 47
- [Mac 87] R.Machleidt et.al., Phys Rep 149,1 (1987)
- [Ohl 73] G.G.Ohlsen, P.W.Keaton, *Techniques for Measurement of Spin-frac12 and Spin-1 Polarisation Analyzing Tensors*, NIM 109 (1973)
- [PRD 94] The American Physical Society, *Physical Review D - Particles and Fields*, Volume 50, 1994
- [Roh 97] H.Rohdjess, private Mitteilung
- [Ros 94] Diplomarbeit von U. Roß, *Simulation zum EDDA-Experiment mit GISMO und MICRES*, Institut für Strahlen und Kernphysik, Universität Bonn, November 1994

- [Sai 97] Der komplette Datensatz der Proton-Proton Streuung und die Streuphasenanalysen von R.A.Arndt et.al. [Arn 97] ist zugaenglich über das SAID-Programm. Dieses ist verfügbar über Telnet: clsaid.phys.vt.edu mit dem Usernamen: said (Kein Passwort erforderlich).
- [Sch 81] K.-H.Schriever, F.Schuh, *Enzyklopädie Naturwissenschaft und Technik*, Verlag Moderne Industrie, München 1981
- [Sch 91] Dissertation von W. Schmitt, Bonn 1991, ISKP Universität Bonn, Nußallee 14-16, D-53115 Bonn
- [Tho 96] Diplomarbeit von S. Thomas, *Datenauswertung mit einem zylindrischen Hodoskop aus szintillierenden Fasern*, Institut für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn, Dezember 1996
- [Wae 65] B.L. van der Waerden, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellung Band 156: *Mathematical Statistics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1969

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen bedanken, die mir bei der Entstehung meiner Diplomarbeit geholfen haben. Mein ausdrücklicher Dank gilt

Herrn Prof. Dr. R. Maschuw für die Möglichkeit, diese Arbeit am Institut für Strahlen- und Kernphysik durchführen zu können,

Herrn Prof. Dr. F. Hinterberger, unter dessen Leitung diese Arbeit entstand, für seine ständige Diskussionsbereitschaft und vielfältige Unterstützung,

Herrn Prof. Dr. J. Bisplinghoff für sein großes Engagement für die EDDA-Kollaboration und ihre Mitglieder,

Herrn Dr. H. Rohdjess für hilfreiche Tips und Lösungsvorschläge,

R. Groß-Hardt für unentbehrliche Erklärungen und Ratschläge bei Verständnis und Erweiterung der Simulation SIGI,

meinen Gruppenmitgliedern T. Bissel, H.-P. Engelhardt, V. Schwarz, S. Thomas und R. Ziegler für zahlreiche Hilfen und die gute Atmosphäre innerhalb der Gruppe,

den Mitgliedern der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Bisplinghoff: M. Busch, O. Diehl, T. Hueskes, M. Schulz-Rojahn und H.-J. Trelle für die freundschaftliche Zusammenarbeit,

sowie den Mitgliedern der „benachbarten“ Arbeitsgruppe von Priv.-Doz. Dr. Eversheim für ihr kollegiales, freundliches Verhalten und mancherlei kleine Hilfen.

Zu guter Letzt danke ich meinen Eltern, insbesondere meinem Vater für seine hilfreichen Anregungen und Diskussionen, sowie meinen Geschwistern und Freunden herzlich für ihre Unterstützung.

Ich versichere, die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und alle wesentlichen Hilfsmittel angegeben zu haben.

Bonn, den 15. September 1997

Eric Weise